

# Documentos de Trabajo

Número 10/30  
Madrid, 20 de diciembre de 2010

**Análisis Económico**

## Simulaciones de rentabilidades de largo plazo y tasas de reemplazo en el sistema de pensiones de Colombia

Javier Alonso, Carlos Herrera, María Claudia Llanes y David Tuesta



# Simulaciones de rentabilidades de largo plazo y tasas de reemplazo en el sistema de pensiones de Colombia

Javier Alonso, Carlos Herrera, María Claudia Llanes y David Tuesta

17 de diciembre de 2010

## Resumen

El presente estudio es un ejercicio teórico para Colombia que tiene como objetivo simular diferentes escenarios bajo un esquema hipotético de multifondos, como funcionan actualmente en Chile, México y Perú. Para esto se modeliza el comportamiento futuro de los precios de los activos que se consideran representativos de la renta variable y de la renta fija a partir del método de Monte Carlo. Una vez realizadas las simulaciones, se construyen portafolios de inversión alternativos, dependiendo de la combinación entre renta variable y renta fija que se elija, comparándolos y evaluándolos en términos de riesgo-retorno. El estudio hace énfasis en la importancia fundamental de tener densidades de cotización adecuadas para la obtención de ingresos suficientes en la vejez y la relevancia de contar con mayores tasas de retorno, con una correcta acotación del riesgo. Adicionalmente, uno de los objetivos que busca el estudio es realizar hipótesis a partir del nuevo esquema de multifondos definido para Colombia, diferentes escenarios proyectados hasta el 2050 de la composición de las carteras de los fondos de pensiones de los afiliados, y de cambios del mismo a través del tiempo, tomando como referencia el esquema del ciclo de vida seguido en México, así como otras composiciones y perfiles alternativos que los afiliados podrían decidir tomar de acuerdo a su elección y las limitantes regulatorias. Los resultados del trabajo confirman lo hallado en otros estudios sobre el tema para la economía colombiana, que la implementación de un sistema de multifondos permitirá la obtención de retornos eficientes para los afiliados al sistema en el largo plazo, con volatilidades acotadas en el tiempo.

# 1. Introducción

Desde su creación en 1993, el sistema pensional colombiano está compuesto por dos subsistemas que coexisten; uno de reparto simple (Régimen de Prima Media-RPM) y uno de capitalización individual (Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad-RAIS). El subsistema de capitalización individual ha sido diseñado de tal manera que en su fase de acumulación, los afiliados comparten un régimen de inversión común para sus recursos, los mismos que se ahorran en cuentas individuales. Actualmente estos recursos se encuentran administrados por seis Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP).

A pesar de que el sistema general de pensiones ha presentado importantes reformas, su estructura inicial de dos subsistemas que coexisten de forma paralela, ha permanecido inalterada. Estos últimos años han experimentado, sin embargo, reformas importantes, enfocadas en cambios primordialmente paramétricos, en el caso del RPM. Por su parte, en el caso del RAIS, el mayor cambio lo constituye la reciente creación de un esquema de multifondos. Dicho esquema permite invertir los recursos de los afiliados de forma más acorde con su perfil de riesgo-retorno en la medida en que admite la existencia de diferentes portafolios de inversión para los afiliados.

El sistema de multifondos, introducido mediante la Ley 1328 de 2009, debe contar, con 3 fondos en su fase de acumulación, a saber; un fondo conservador, un fondo moderado y un fondo de mayor riesgo. Los afiliados podrán escoger y trasladarse libremente entre los diferentes fondos, al igual que escoger libremente la administradora de sus recursos. El Gobierno deberá elegir las reglas de asignación de los afiliados a los fondos, las cuales tendrán en cuenta la edad, los aportes y el género de los mismos. Restan por definir, igualmente, las reglas de asignación al fondo moderado o conservador, para aquellos afiliados que no realicen su elección a tiempo<sup>1</sup>.

Adicionalmente, la Ley establece que: (i) los regímenes de inversión de cada fondo deben tener en cuenta los tipos y porcentajes de activos admisibles según riesgo y que el Gobierno Nacional establecerá su régimen de inversiones con el objetivo de procurar la mejor rentabilidad ajustada por riesgo a los afiliados; (ii) debe existir una rentabilidad mínima aplicable a los fondos; y, (iii) debe haber un ajuste gradual al esquema de multifondos. De lo anterior se puede constatar que la implementación del sistema de multifondos requiere la definición de aspectos definitivos para el sistema y para sus afiliados y que por lo tanto demandan de un estudio concienzudo, previo a la toma de decisiones.

En el marco de este documento, se tiene como objetivo realizar un ejercicio teórico que busca analizar uno de los aspectos importantes a definir bajo el nuevo régimen de inversión de los multifondos, en cuanto a su composición entre renta variable y renta fija. Para esto se modela, mediante el método de Monte Carlo, el comportamiento futuro de los precios de los activos que se consideran representativos de la renta variable y de la renta fija. Una vez realizadas las simulaciones se construyen portafolios de inversión alternativos, dependiendo de la combinación entre renta variable y renta fija que se elija, comparándolos y evaluándolos en términos de riesgo-retorno.

Los resultados que se obtengan en los diferentes escenarios planteados deben ser tomados como parte de ejercicios teóricos que se basan en determinados supuestos y limitados por la característica de la información disponible. Por tanto, los patrones que muestran las proyecciones deberán ser considerados como referencias y no como predicciones del sistema de pensiones colombiano bajo un esquema de multifondos. Ello teniendo en cuenta además que a la fecha de finalización de este estudio, todavía quedan por definirse aspectos centrales en la normativa.

El presente documento se divide en 5 partes. La primera corresponde a la introducción. En la segunda sección se realiza una revisión de algunos de los estudios existentes que analizan el portafolio de inversión de los fondos de pensiones en Colombia. En la tercera se describe el comportamiento de los fondos en una perspectiva de corto plazo, tomando como período de estudio la reciente crisis del 2008. Posteriormente, se analiza el desempeño de los fondos en el largo plazo desde una perspectiva histórica, con base en las proyecciones futuras, para finalmente concluir.

---

<sup>1</sup>: Actualmente se encuentra en discusión el Decreto Operativo de los multifondos, en el cual se van a definir aspectos tales como la forma en que se llevará a cabo la transición del sistema antiguo al nuevo, el alcance de la elección de los afiliados, el régimen de traslados entre fondos; el fondo por default; etc. El Decreto incluirá igualmente un cronograma para la transición y puesta en marcha del nuevo sistema.

## 2. Marco teórico: Portafolio de inversión en Colombia

Algunos autores como Jara *et al* (2005), Jara (2006), Reveiz *et al* (2007) aducen que el marco regulatorio en el que se enmarcan las inversiones de los fondos limitan su desempeño en términos de rentabilidad. Jara *et al* (2005) mencionan como limitante adicional las restricciones impuestas por el tamaño del mercado de capitales en Colombia. Según Reveiz (2008) las regulaciones reducen los niveles de la razón de Sharpe<sup>2</sup> y de los beneficios de la diversificación que pueden lograr los fondos. Entre los limitantes de la regulación los autores mencionan el cálculo de la rentabilidad mínima. En ese mismo sentido Laserna (2007) propone una forma alternativa de calcular el rendimiento mínimo requerido por los fondos, en aras de reducir las restricciones que el cálculo actual impone en las decisiones de inversión. Por su parte, Reveiz *et al* (2008), además de reiterar que las restricciones de la reglamentación reducen el retorno esperado y hacen que no se acceda a niveles superiores de rentabilidad por unidad de riesgo y a mayores beneficios de la diversificación, proponen la introducción del esquema de multifondos con el fin de adecuar la inversión al perfil de riesgo de los cotizantes. Los autores afirman que la diferenciación de los fondos y la asignación de los afiliados a los mismos, deben responder a un principio gestión prudente de la cartera que minimice el riesgo de incumplir con los objetivos de tasa de reemplazo esperada. Es de anotar que el estudio menciona, al construir los portafolios eficientes, que existe una fuerte concentración hacia al activo de más retorno, la renta variable nacional, al presentar el IGBC un retorno inusualmente alto para el período de estudio (enero 2001 – julio 2007). De otra parte, Reveiz *et al* (2009) utilizando los retornos de los portafolios eficientes estimadas en Reveiz *et al* (2008b) estiman las tasas de reemplazo de los afiliados y concluyen, en cuanto al desempeño del sistema pensional, que “igual de importante a la estructura legal del Sistema de Pensiones y a la creación de esquemas como los multifondos es la implementación de políticas que fomenten adecuados niveles de cobertura”. Los autores calculan los retornos esperados utilizando la metodología de Wiener Generalizado -y simulan las pensiones obtenidas para diferentes portafolios de inversión con diferentes combinaciones de riesgo-retorno.

El presente documento, va en la misma línea que los anteriores, al demostrar la importancia fundamental de tener densidades de cotización “adecuadas” para la obtención de ingresos suficientes en la vejez. Efectivamente, aún con tasas de retorno bastante elevadas, los afiliados con densidades de cotización bajas obtienen tasas de reemplazo reducidas. Los ejercicios realizados en este trabajo muestran tanto que la implementación del sistema de multifondos permitiría la obtención de mayores retornos para los afiliados al sistema, como que estas inversiones, al ser de largo plazo, presentarían una rentabilidad acotada. La investigación consiste en estimar las rentabilidades de largo plazo de portafolios con diferentes combinaciones de renta variable y renta fija y, con base en estas estimaciones, calcular las tasas de reemplazo obtenidas para diferentes densidades de cotización. Ello permitirá observar diferentes trayectorias para diferentes grupos de afiliados, de acuerdo a los diferentes supuestos tomados que sirven para las comparaciones, y destacar los principales *trade offs*, de cara a la implementación del esquema de multifondos en la economía colombiana.

Dentro de los principales supuestos de trabajo que nos permitirá evaluar los diferentes perfiles de proyección, veremos el caso de implementar un esquema de multifondos similar al de ciclo de vida adoptado en México. También simularemos otros perfiles que contemplen mayor flexibilidad en la elección del afiliado, intentando replicar los perfiles de elección de otros esquemas de multifondos, como los de Chile y Perú. Para el desarrollo de esta investigación, el trabajo toma como base la metodología seguida por Herrera (2009) para el caso de México.

---

2: La razón de Sharpe es el retorno por unidad de riesgo.

### 3. Antecedentes del desempeño de los fondos de pensiones:

#### A) Perspectiva de corto plazo: el impacto de la crisis financiera

En octubre de 2008 los fondos de pensiones presentaron la rentabilidad mensual más baja de los últimos años, situándose en -5,5%. La pérdida entre enero de 2008 y octubre del mismo año alcanzó los \$1,47 billones. Estas pérdidas se explican por el comportamiento de los TES y del mercado bursátil, componentes principales de los portafolios de los fondos. Efectivamente, durante el 2008 los TES representaron alrededor del 40% del total del portafolio y la renta variable nacional alrededor del 20% (ver cuadro 1).

Cuadro 1

##### Composición del portafolio de los fondos: 2008

	ene-08	abr-08	jul-08	oct-08	dic-08
<b>Renta fija</b>					
Nacional	64,6	64,7	63,9	66,5	66,6
TES	40,9	41,7	40,7	40,6	41,39
Exterior	5,4	4,6	5,3	5,9	5,5
<b>Total</b>	<b>70</b>	<b>69,3</b>	<b>69,2</b>	<b>72,4</b>	<b>72,1</b>
<b>Renta variable</b>					
Nacional	21,5	23,4	23,2	20,6	21,9
Exterior	6,2	5	4,6	4,4	3,9
<b>Total</b>	<b>27,7</b>	<b>28,4</b>	<b>27,8</b>	<b>27,8</b>	<b>25,8</b>

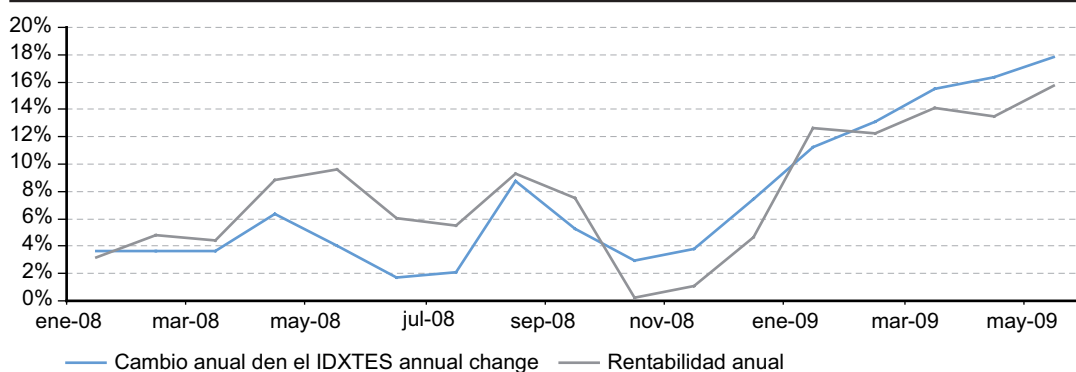
Fuente: Superintendencia Financiera

Durante el 2008 el IDXTES, índice representativo del mercado de títulos soberanos, presentó valorizaciones muy pequeñas. Efectivamente para octubre de 2008 este índice había presentado un aumento de tan sólo el 2,9% en los últimos doce meses (ver gráfico 1).

Gráfico 1

##### Cambio anual del IDXTES

##### y tasa de rentabilidad anual de los fondos: enero 2008 – junio 2009



Fuente: Banco de la República, Bolsa de Valores de Colombia y BBVA Research

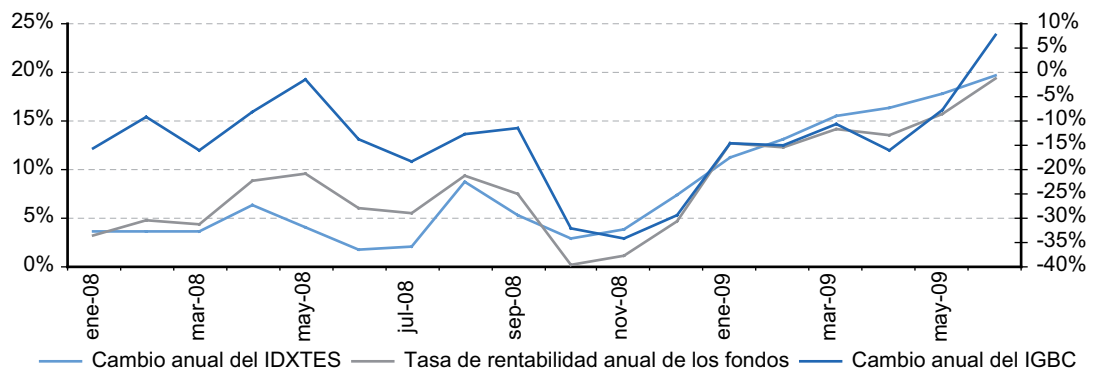
Lo anterior se explica, principalmente, por el incremento en las tasas de los TES de mediano y largo plazo durante los primeros 10 meses de 2008, lo que significa una desvalorización de sus precios. Así, por ejemplo, el bono con vencimiento en 2020 pasó de una tasa de 10,30% en enero a una de 13,18%

al cierre de octubre<sup>3</sup>. Las tasas de los TES de medio y largo plazo se vieron influidas, por las mayores expectativas de inflación y por el aumento de los niveles de aversión al riesgo a nivel internacional. Adicionalmente, en febrero y en julio la Junta del Banco República-JDBR aumentó la tasa de interés, situándose para esta última fecha en el 10%. Es de anotar que a partir del octubre tanto la inflación observada como sus expectativas se redujeron, provocando una reducción en las tasas de interés de los TES. Adicionalmente, la JDBR redujo la tasa de interés.

Consecuentemente con lo anterior, la rentabilidad anual de los fondos presenta su punto más bajo en octubre, hecho reforzado por el pobre desempeño del mercado bursátil. Efectivamente, el IGBC (Indice Global de la Bolsa de Colombia) pasó de 10,694 en diciembre de 2007 a 7,560 en diciembre de 2008, presentando una caída de 29,3% durante el año (ver gráfico 2).

Gráfico 2

**Cambio anual del IDXTES y del IGBC y tasa de rentabilidad anual de los fondos**



Fuente: Banco de la República y Bolsa de Valores de Colombia y BBVA Research

El punto más bajo registrado por el índice se situó en el mes de noviembre, alcanzando un nivel del 7.314,8. El mes de octubre presentó la caída más importante del año siendo ésta del 24,7%, para una reducción acumulada de los últimos doce meses de 34,2%, en el mes de noviembre.

A pesar de la importante pérdida acumulada sufrida por los fondos durante los 10 primeros meses del 2008 (-1.47 billones), para diciembre el balance era ya positivo, con un rendimiento anual acumulado de \$2.6 billones (ver cuadro 2). Aún más, la rentabilidad histórica, en el peor momento de la crisis, se ubicó en 13,4%, nominal, lo que demuestra que las pérdidas fueron un fenómeno de corto plazo. Para el 2009 los fondos han presentado un comportamiento bastante satisfactorio, con un rendimiento acumulado neto de comisiones de \$13.9 billones en lo corrido del año (enero a septiembre) y una rentabilidad acumulada de 25,1%<sup>4</sup>. Los rendimientos acumulados de los fondos desde el inicio de los mismos hasta septiembre de 2009 ascienden a \$43.7 billones. Entre enero del 2008 y septiembre del 2009, los fondos presentaron un aumento en sus rendimientos acumulados del 54%, en términos reales (ver cuadro 2).

3: Banco de la República de Colombia. Informe de la Junta Directiva al Congreso de la República. Marzo de 2009.

4: Para este cálculo se utiliza la metodología NAV: Net Asset Value – metodología para calcular la rentabilidad según el cambio en el valor de la unidad del fondo. Corresponde a lo observado hasta septiembre de 2009.

Cuadro 2

**Saldo Inicial, rendimiento acumulado, rendimiento del período y saldo final de los Fondos de Pensiones en Colombia**

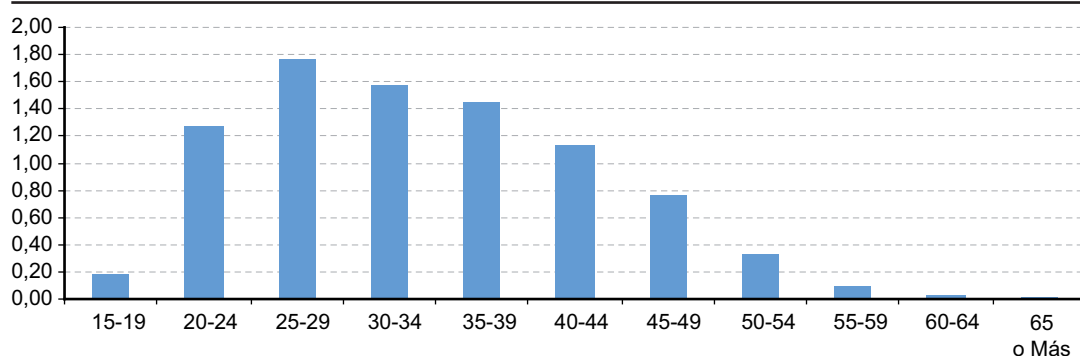
(Billones de pesos)	Saldo inicial	Rendimiento acumulado neto de comisiones	Rendimiento del período	Saldo final
ene-08	23,9	25,24	-1,942	49,6
feb-08	24,3	25,51	0,270	50,3
mar-08	24,8	25,59	0,082	50,8
abr-08	25,2	27,78	2,189	53,4
may-08	25,6	28,22	0,441	54,3
jun-08	26,0	26,97	-1,247	53,4
jul-08	26,4	27,40	0,431	54,2
ago-08	26,8	29,40	1,998	56,5
sep-08	27,1	28,82	-0,579	56,3
oct-08	27,4	25,71	-3,114	53,5
nov-08	27,8	27,12	1,414	55,3
dic-08	28,2	29,77	2,650	58,3
ene-09	28,5	31,96	2,191	60,8
feb-09	28,9	32,07	0,101	61,3
mar-09	29,2	33,19	1,122	62,9
abr-09	29,7	35,51	2,321	65,5
may-09	30,0	37,29	1,783	67,6
jun-09	30,3	37,95	0,660	68,6
jul-09	30,7	40,11	2,161	71,1
ago-09	31,0	40,81	0,695	71,9
sep-09	31,1	43,69	2,884	74,9

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia, Cálculos BBVA

Si bien en el corto plazo los fondos pueden presentar una volatilidad importante en sus rendimientos, como lo demostró el período de crisis financiera del 2008, en el largo plazo ésta debe tender a reducirse, a estar más acotada. En esa medida, el desempeño de los fondos debe ser evaluado desde esta última perspectiva.

Ciertamente, las inversiones de los fondos de pensiones deben contemplar un horizonte de inversión de largo plazo si se tiene en cuenta la estructura de edades de sus afiliados (ver gráfico 3).

Gráfico 3

**Número de afiliados por rango de edad: 2009 (Número de afiliados)**

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia y BBVA Research

Efectivamente, los afiliados al sistema de capitalización individual se concentran en edades bajas, ubicándose el 72.4% de ellos en edades inferiores a los 39 años. En otras palabras, la mayoría de los afiliados debe permanecer como mínimo durante 18 años más en el sistema. Aún más, tan sólo el 5.8% de los afiliados se ubica en edades superiores a 50 años.

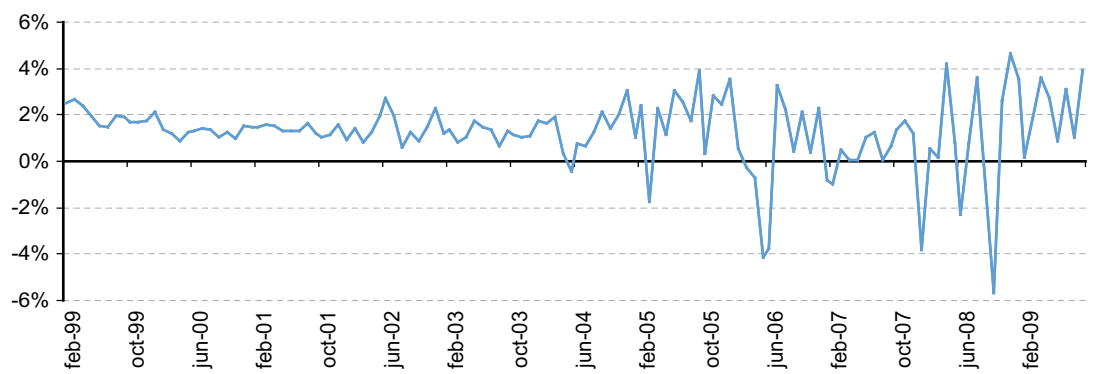
## B) Rentabilidad de los fondos en una perspectiva de largo plazo

### 1. Perspectiva histórica

Entre enero de 1999 y septiembre de 2009, la rentabilidad nominal promedio anual de los fondos se ubicó en 15,2% y su volatilidad en 5,2%. Por su parte la rentabilidad real promedio anual se ubicó en 9,1%. El comportamiento de la rentabilidad se puede descomponer en dos períodos, uno que va desde enero de 1999 hasta mediados del 2004, y otro de mediados del 2004 hasta septiembre de 2009. Lo anterior se evidencia en el cambio en la volatilidad que presenta la serie, como se puede observar en el Gráfico 4.

Gráfico 4

**Rentabilidad mensual de los fondos de pensiones (2001. 2009)**

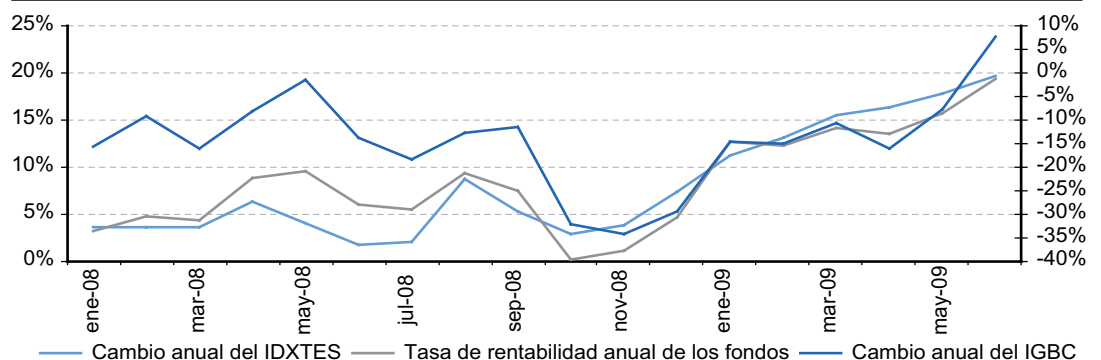


Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia y BBVA Research

Efectivamente, durante el primer período la volatilidad anual se ubicó en 1,8%, nivel muy inferior al del segundo período, de 7,1%. En cuanto a las rentabilidades promedio anuales de los fondos, éstas se ubicaron en 16,9% y en 13,3% para el primer y segundo períodos; respectivamente. Es presumible que la alta volatilidad durante el segundo período se explique inicialmente por las fluctuaciones que presentaron los TES, con una caída del 46% en la tasa de los TES de septiembre de 2004 en tan sólo 14 meses (entre noviembre de 2004 y febrero de 2006) y ulterior aumento del 50,1% en tan sólo 4 meses (entre febrero y junio de 2006). Posteriormente, la mayor volatilidad se ha debido, probablemente, a la mayor participación de las acciones dentro del portafolio de los fondos<sup>5</sup> (ver gráfico 5).

Gráfico 5

**Cambio anual en el IDXTES y en el IGBC y tasa de rentabilidad anual de los fondos**



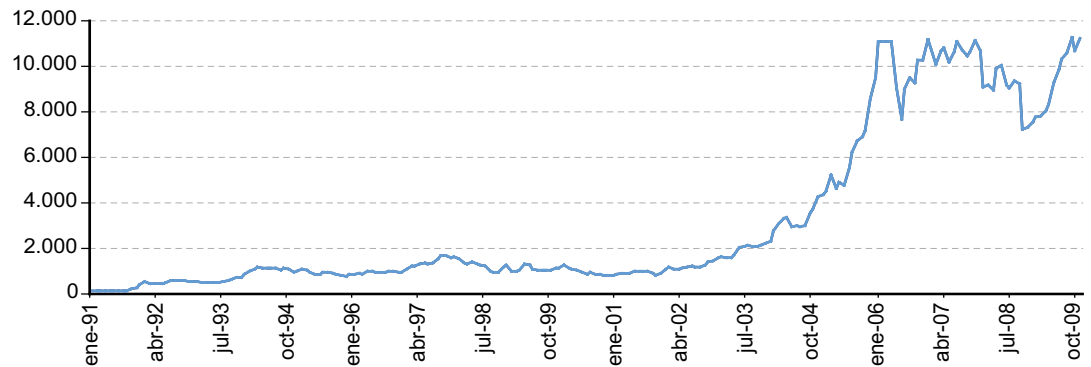
Fuente: Banco de la República, Bolsa de Valores de Colombia y BBVA Research

5: Entre junio de 2004 y septiembre de 2009 el IGBC presentó una volatilidad anual del 30,7%.



Al analizar el IGBC<sup>6</sup> durante un período de tiempo más largo (1991-2009) se puede ver que éste presentó una tendencia creciente para el período, con una tasa de crecimiento anual promedio del 24,3% y una volatilidad del 30,5%. La serie presenta dos tendencias en el período de tiempo analizado. La primera que parte en 1991 y va hasta noviembre de 2005 con una tasa de crecimiento anual promedio del 29% y una volatilidad del 31,1% anual (ver Gráfico 6).

Gráfico 6

**Índice Global de la Bolsa de Colombia**

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia y BBVA Research

Por su parte en el segundo período, comprendido entre diciembre de 2005 y noviembre de 2009, la tasa de crecimiento anual promedio fue del 13,6% y su volatilidad fue del 30,6% anual. Es decir, en el primer periodo analizado, la serie presentó un crecimiento exponencial que se fue atenuando hasta que finalmente, se inicia el segundo periodo, donde si bien se mantiene un nivel de volatilidad similar, los movimientos absolutos del IGBC se enmarcan dentro de un túnel con límites de 7.200 y 11.258 unidades.

**2. Perspectiva futura<sup>7</sup>**

Aunque la experiencia histórica puede brindar señales sobre posibles tendencias en materia de inversiones, es importante tener presente que dichas señales no representan en forma alguna una garantía sobre un posible desempeño a futuro. Por lo anterior, a efecto de evaluar hacia adelante las inversiones en los Fondos, es necesario tomar en cuenta distintos escenarios sobre el posible comportamiento de los precios de las distintas clases de activos que componen sus carteras bajo el régimen de inversión previsto.

Así pues, en este documento de trabajo realizamos un ejercicio de proyecciones Monte Carlo para proyectar el precio de las principales clases de activo en los fondos: renta fija y renta variable en distintos horizontes de inversión que van de 1 a 50 años, ciñéndose a la teoría de paseo aleatorio que explica el comportamiento de estas series financieras<sup>8</sup>.

**a) Modelo para la dinámica de largo plazo en los precios de los activos financieros**

Los precios de las principales clases de activos: renta fija y variable se modelizan como variables aleatorias bajo un esquema multiplicativo que tiene la siguiente forma general<sup>9</sup>:

Formula 1

$$P_t = P_0 e^{gT}$$

El modelo indica que el precio de un activo financiero en un momento  $t=T$  es igual al precio del activo en el momento  $t=0$  incrementado de manera exponencial a una tasa “g” en un horizonte de T años.

6: En el año 2001 se fusionaron las bolsas de Medellín, Cali y Bogotá en la Bolsa de Valores de Colombia. De esta forma, el empalme del IGBC para antes de la fusión de las tres bolsas se hizo aplicando las tasas de crecimiento del índice de la Bolsa de Bogotá dado que esta presentaba los mayores volúmenes de negociación.

7: Esta sección se basa en el documento de trabajo de Herrera (2010) para el caso de México.

8: La Simulación Monte Carlo consiste en un algoritmo que de manera repetida realiza un muestreo aleatorio de valores que luego sirven de insumo en una ecuación de comportamiento para una variable de interés.

9: Otra posible especificación para modelar el precio de los activos podría ser aditiva. Sin embargo, una especificación de ese tipo no conlleva a una distribución lognormal para el precio de los activos, la cual como se menciona más adelante permite captar alguna características relevantes. Para tener detalles sobre esta especificación alternativa y sus limitaciones véase Luenberger (1998).

Así pues, la dinámica en el precio del activo proviene del comportamiento de “g”. Una hipótesis ampliamente utilizada con respecto al posible comportamiento de “g” es que se comporta como una variable aleatoria (v.a.) con una distribución de probabilidad Normal con media y varianza constante.

Lo relevante de que “g” se distribuya como una variable aleatoria con una distribución de probabilidad Normal está en que estadísticamente es posible demostrar que la serie temporal que presenta su rentabilidad (que para el caso bajo análisis son precio de activo de renta variable y la tasa de descuento del activo de renta fija), tiene una distribución de probabilidad Lognormal.

Esta distribución permite capturar al menos tres características en los precios de los activos financieros:

1. Los precios siempre son positivos
2. En cada instante de tiempo, los precios son inciertos al estar afectados por la varianza de “g”. Sin embargo, cuando esta varianza toma el valor de “cero” se cuenta con un modelo de determinístico del precio de un activo de renta fija, en el cual, la tasa de interés está determinada a priori para un cierto plazo tal y como ocurre en el caso de los bonos con “cupón cero”.
3. En cortos periodos de tiempo, los cambios en precios son continuos.

En el modelo multiplicativo, el valor de “g” se obtiene aplicando logaritmos en ambos lados de la igualdad:

Formula 2

$$\ln(P_t) = \ln(P_0) + gT$$

Formula 3

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right) = +gT$$

Formula 4

$$g = \frac{1}{T} \ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)$$

La tasa “g” es pues, una tasa de rendimiento anualizado durante el horizonte de tiempo que va de 0 a T. En este sentido, “gT” puede ser interpretado como una tasa de crecimiento acumulado que también tiene una distribución de probabilidad Normal.

Una hipótesis ampliamente usada en el sector financiero es que “gT” sigue un comportamiento estocástico descrito por un Movimiento Browniano o proceso de Wiener “dz” (Véase Hull, 2008). Bajo esta hipótesis cualquier variable aleatoria “X” tiene una dinámica en el tiempo dada por una ecuación diferencial estocástica del tipo:

Formula 5

$$dx_t = vdt + \sigma dz_t$$

En donde

Formula 6

$$dz_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

Con

Formula 7

$$\varepsilon_t \approx N(0,1)$$

Una ecuación estocástica que tiene una solución analítica dada por la ecuación:

Formula 8

$$x_t = vt + \sigma z_t$$

Entonces, bajo la hipótesis de un proceso Browniano para “gT”, los precios seguirían un comportamiento de la forma:

Formula 9

$$P_T = P_0 e^{vt + \sigma x}$$

En donde “gT” se distribuye como una v.a. normal con media y varianza constante:

Formula 10

$$gT \approx N(vT, \sigma^2 T)$$

Por su parte, el cambio en el tiempo en el precio del activo tiene un comportamiento de la forma:

Formula 11

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right) = vt + \sigma dz_t$$

Formula 12

$$d\ln(P_t) = vt + \sigma dz_t$$

Un comportamiento que, en términos de P(t), puede expresarse de manera equivalente como:

Formula 13

$$\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma dz_t$$

Donde

Formula 14

$$\mu = v + \frac{1}{2} \sigma^2$$

Siguiendo a Luenberger (1998), el anterior proceso estocástico para el precio de un activo financiero puede extenderse a su vez al caso del valor de un portafolio con n activos, de tal manera que el precio del i-ésimo activo para i=1, 2, 3,...n está dado por una ecuación de comportamiento con la forma:

Formula 15

$$\frac{dP_i}{P_i} = \mu_i dt + \sigma dz_i$$

Con covarianza

Formula 16

$$\text{Cov}(dz_i, dz_j) = \sigma_{ij} dt$$

En razón de lo anterior, el cambio en el precio de cada activo i, en un instante de tiempo t, tiene una distribución de probabilidad Lognormal con un valor esperado y varianza dados por las siguientes ecuaciones, respectivamente:

Formula 17

$$E\left[\ln\left[\frac{dP_i(t)}{P_i(0)}\right]\right] = vt = (\mu_i - \frac{1}{2} \sigma^2)t$$

Formula 18

$$\text{Var}\left[\ln\left(\frac{dP_i(t)}{P_i(0)}\right)\right] = \sigma_i^2 t$$

Un portafolio con “n” activos se construye asignando un peso  $w(i)$  a cada activo  $i=1, 2, 3, \dots, n$  y en donde la suma de todos los pesos  $w(i)$  es igual a 1. De esta manera, la tasa instantánea de cambio en el valor de un portafolio  $V$  está dada por la ecuación:

Formula 19

$$\frac{dV}{V} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{dP_i}{P_i} = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i dt + w_i \sigma dz_i$$

La varianza del término estocástico  $dz(t)$  está dada por el término:

Formula 20

$$E\left(\sum_{i=1}^n w_i dz_i\right)^2 = E\left(\sum_{i=1}^n w_i dz_i\right) E\left(\sum_{j=1}^n w_j dz_j\right) = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} d_t$$

Entonces para un portafolio  $V(t)$  que es lognormal, el valor esperado de su rendimiento y de su varianza vienen dados por las ecuaciones de comportamiento:

Formula 21

$$E\left[\ln\left(\frac{dV}{V}\right)\right] = vt = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i t - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} t$$

y,

Formula 22

$$\sigma^2(t) = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} d_t$$

En donde “v” ofrece la tasa anualizada de crecimiento en el valor del portafolio y está en función de la asignación de activos a través de las  $w(i)$ .

Formula 23

$$V = \frac{1}{t} E\left[\ln\left(\frac{dV}{V}\right)\right]$$

En esta nota, se estima este valor de “v” para 250 escenarios de simulación de portafolios compuestos por un activo de renta fija y otro de renta variable en distintos horizontes de tiempo que van de 1 a 50 años.

Cabe señalar que para modelar el comportamiento de las rentabilidades en los instrumentos de renta fija en el portafolio de los fondos de pensiones (AFP) se construyó además un índice de tasas de interés con distintos plazos de maduración, el cual fue ponderado por la participación que tiene actualmente cada uno de estos instrumentos en el Sistema de Pensiones. Para realizar los ejercicios de simulación de renta fija se asumió como hipótesis de trabajo que los precios de estos activos a distintos plazos son proporcionales a los precios de los instrumentos de corto plazo y que toda la volatilidad en dichos precios proviene de la volatilidad en los instrumentos de corto plazo.

Una forma funcional compatible con el anterior supuesto está dada por la ecuación de comportamiento de Ornstein-Uhlenbeck para tasas de corto plazo  $r(t)$  citada por Vasicek (1977) y que tiene como especificación:

Formula 24

$$dr = \alpha(Y - r)dt + \sigma dz \text{ con } \alpha > 0$$

Dicha ecuación contrasta con un proceso de Wiener como los antes señalados en que define un comportamiento estacionario para la v.a. Así pues, en esta ecuación el término “ $(Y-r)$ ” representa una fuerza que lleva al proceso hacia su valor medio de largo plazo, gamma. El valor de alfa es conocido como la velocidad en la regresión a la media.

Vasicek muestra que a partir de esta ecuación es posible construir una curva de tasas de interés a distintos plazos mediante el cálculo de precios de bonos tipo “cupón cero” con ecuaciones que son únicamente dependientes de los parámetros “alfa” y “gamma”:

El punto de partida de Vasicek está en considerar que el rendimiento de cualquier bono en el momento  $t$  con vencimiento en  $T$  está dado por su tasa interna de retorno en  $t$ , la cual es una función inversa a su precio.

Formula 25

$$R(t, T) = -\frac{1}{T} \ln(P(t, t+T)) \text{ con } T > 0$$

Y en razón de lo anterior, la tasa de interés de corto plazo se define como una tasa instantánea cuando  $t$  tiende a cero.

Formula 26

$$r(t) = r(t, 0) = \lim_{T \rightarrow 0} R(t, T)$$

Vasicek muestra que el precio de un bono con vencimiento en  $T$  viene dada por una forma funcional específica:

Formula 27

$$P(t, T, \gamma) = \exp \left[ \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(T-t)}) (R(\infty) - \gamma) - (T-t) R(\infty) - \frac{\sigma^2}{4\alpha^3} (1 - e^{-\alpha(T-t)})^2 \right] \text{ con } t \leq T$$

En donde,  $R(\infty)$  denota el rendimiento a vencimiento para un bono de muy largo plazo (cuando  $T$  tiende a infinito).

Formula 28

$$R(\infty) = \gamma + \frac{\sigma}{\alpha} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\alpha^2}$$

A partir de las anteriores ecuaciones, Vasicek demuestra que la estructura de tasas de interés a distintos plazos puede entonces calcularse a partir de la ecuación:

Formula 29

$$R(t, T) = R(\infty) + (r(t) - R(\infty)) \frac{1}{\alpha T} (1 - e^{-\alpha T}) + \frac{\sigma^2}{4\alpha^3 T} (1 - e^{-\alpha T})^2 \text{ con } T \geq 0$$

Finalmente, cabe mencionar que a efecto de aplicar los modelos antes señalados a la experiencia colombiana, se usaron como instrumentos representativos de la renta fija a corto plazo a las tasas de interés de los CDT a 90 días, la cual no es una tasa de mercado pero se constituye en una tasa líder. De otra parte, se tomó al Índice Global de la Bolsa de Colombia como representativo de renta variable.

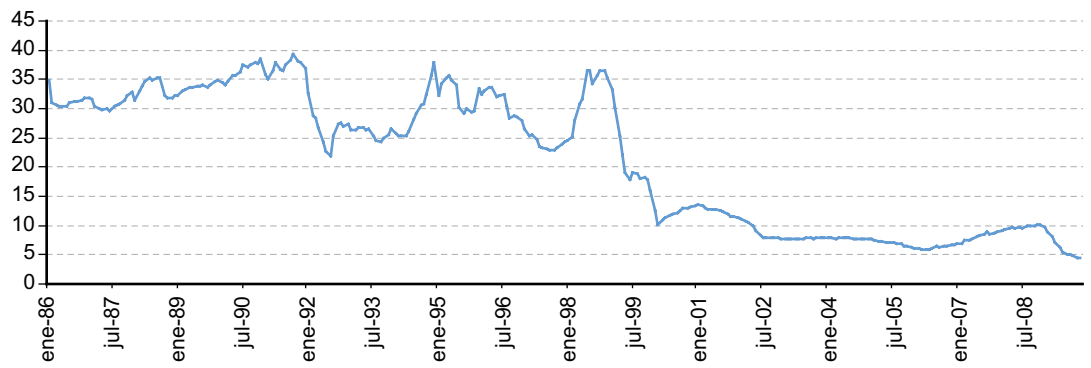
El cálculo de los respectivos parámetros para modelizar las clases de activo antes señalados tomó como referencia las series mensuales de los CDT a 90 días y del IGBC en el periodo de enero de 2002 a noviembre de 2009 y de enero de 1991 a noviembre de 2009; respectivamente. Es de anotar que se tomó la DTF como tasa representativa de la economía colombiana, a pesar de las limitaciones que esta pueda presentar frente a otras tasas como la IBR, debido a la disponibilidad de una serie de tiempo más larga. Adicionalmente, se decidió tomar como periodo de referencia de la DTF el lapso de

tiempo comprendido entre 2002 y 2009 por considerarse que la tasa se comportó de manera estable. A continuación se analiza el comportamiento histórico de la DTF.

Durante el período comprendido entre enero de 1986 y noviembre de 2009 la DTF nominal pasó de un nivel de 34,8% a un nivel de 4,4%, con una volatilidad para el período del 21,4% (ver Gráfico 7).

Gráfico 7

**Tasa líder de corto plazo 1986-2009 (DTF, rendimiento promedio mensual, % anual)**



Fuente: Banco de la República y BBVA Research

Entre 1986 y 1992 la DTF se ubicó en promedio en 34% y su volatilidad en 2,7% (9,2% anual). Con la introducción de la autonomía del Banco Central y el mandato de control de la inflación, la DTF se redujo sustancialmente, pasando en promedio a 28% entre 1992 y mediados de 1998, con una volatilidad del orden del 4% (-13,8% anua-). Desde mediados del 1998 hasta principios del 2000 la tasa se redujo a la tercera parte, pasando de 36.6% a 10,2% (la DTF se ubicó en términos reales en el orden del 0,5%), con una volatilidad del 9,2%. Lo anterior se ve explicado fundamentalmente por la crisis que sufrió la economía en este período, por la contracción del sector financiero y por una política más holgada de parte del Banco de la República<sup>10</sup>. A partir de entonces, la DTF ha caído de forma constante, alcanzando un nivel de 4,4% a noviembre de 2009 y una volatilidad del orden del 7%. A partir del análisis de los datos se consideró que la tasa nominal de largo plazo de la DTF se ubicaría en el orden del 8%. Efectivamente, se considera que a partir del 2002 la tasa se ha estabilizado, alcanzando, entre enero de 2002 y noviembre de 2009, un promedio de 7,75%. Por su parte, la volatilidad alcanzó el 4,9% anual.

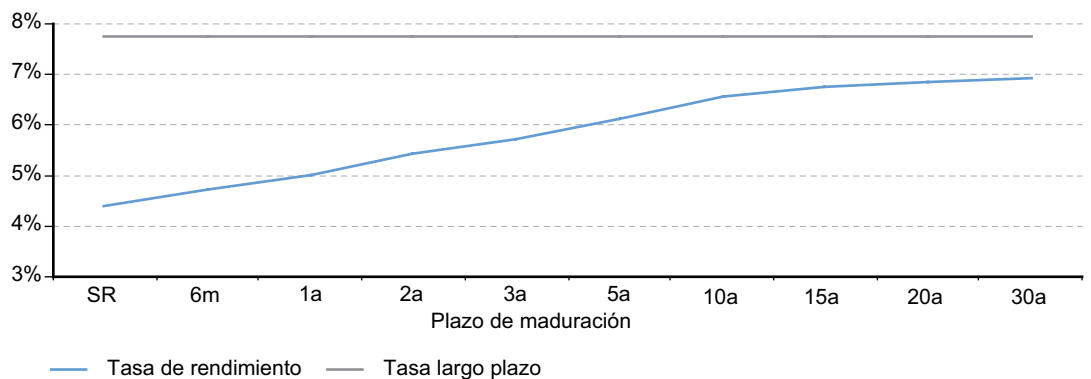
Adicionalmente, se tomó como supuesto de inflación de largo plazo el 3% estimado por el BBVA Research en Colombia. Por su parte, en el caso de la renta variable se supone una rentabilidad anual promedio histórica del 30,5% y una volatilidad del 24,3% (valores observados para el período 1991 - 2009).

**b) Resultados de las simulaciones**

En lo que se refiere al activo de renta fija, la metodología empleada por Vasicek permite simular el comportamiento en el tiempo de las tasas de interés de corto plazo (DTF) y a partir de dicho comportamiento estimar una curva de tasas de interés o rendimientos para cada punto en el tiempo.

Gráfico 8

**Curva Spot renta fija**



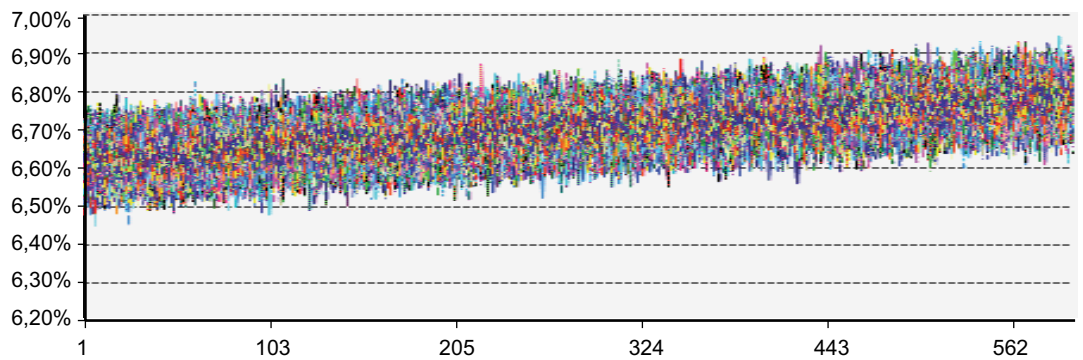
10: Corporación financiera del Valle (2001).

Fuente: BBVA Research

Las simulaciones de la rentabilidad nominal de la renta fija, las cuales han sido ponderadas a partir de la composición según vencimiento de la renta fija en los portafolios de los fondos en el 2009, muestran una tendencia creciente de la misma, con un promedio que parte en 6,6% y llega al 6.7% al cabo de 50 años (ver gráfico 9). Esta rentabilidad se encuentra bastante acotada, con una volatilidad promedio anual del 0,04%.

Gráfico 9

**Proyección de la renta fija en un horizonte de 50 años (250 sendas)**

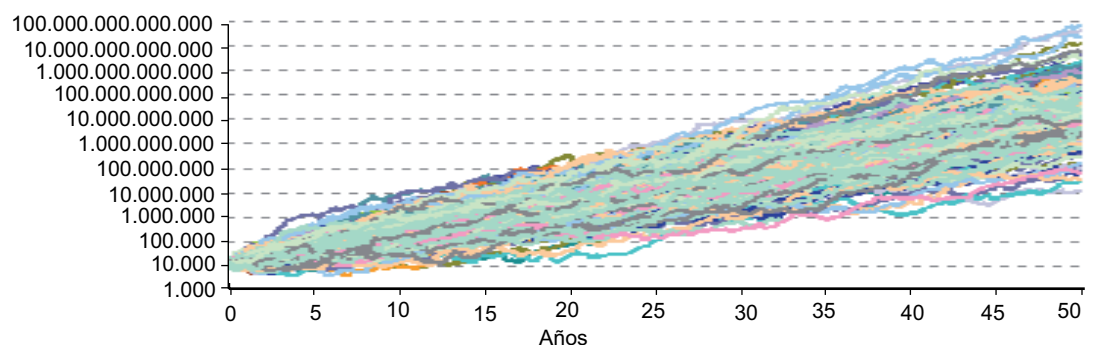


Fuente: BBVA Research

En cuanto a la renta variable, las simulaciones muestran un aumento bastante importante en sus precios (ver Gráfico 10). Lo anterior era de esperar si se tiene en cuenta el supuesto base para las simulaciones de un crecimiento del 24,3% promedio anual.

Gráfico 10

**Proyección de la renta fija en un horizonte de 50 años (250 sendas)**



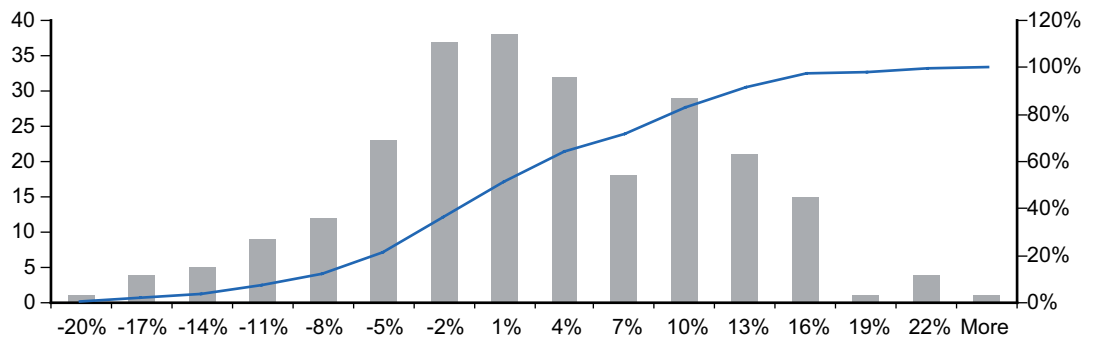
Fuente: BBVA Research

De igual forma, si bien la rentabilidad mensual de los activos de renta variable es bastante volátil, del orden del 30% anual<sup>11</sup>, la rentabilidad acumulada se acota alrededor de un valor en horizontes de tiempo más largos. Efectivamente, por una parte si se mira la volatilidad de la renta variable, para las 250 sendas proyectadas, en un mes cualquiera se observa que su volatilidad es bastante alta, con valores de la rentabilidad entre -20% y superiores al 20% y una moda de 1% (ver Gráfico 11).

11: Resulta de calcular la volatilidad promedio de todas las sendas de renta variable durante el período de 50 años.

Gráfico 11

**Distribución de las rentabilidades, mes T = t (% frecuencia y frecuencia acumulada)**

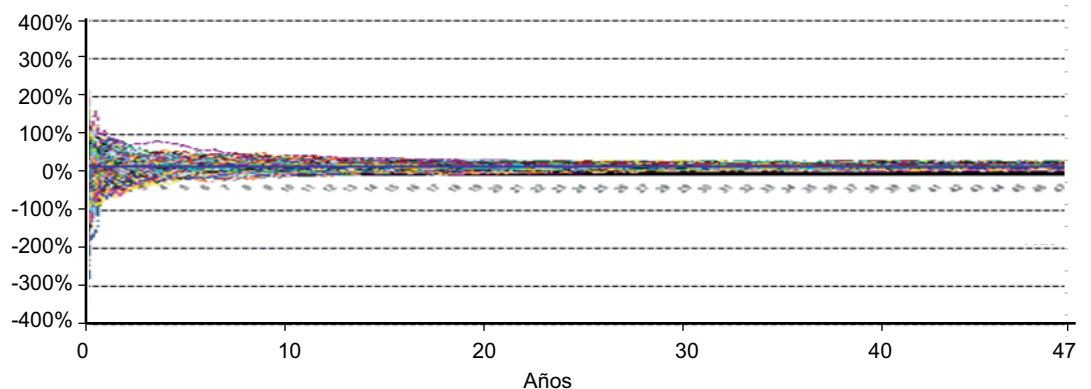


Fuente: BBVA Research

Por otra parte, la rentabilidad que ofrece el instrumento de renta variable se ubica en un rango de valores cuando en el cálculo de la rentabilidad se considera de manera explícita el horizonte de inversión, mediante una tasa compuesta anual de crecimiento entre el periodo de inicio y de terminación de la inversión. Entre mayor es el horizonte de inversión, menor parece ser la dispersión entre los posibles rendimientos (ver Gráfico 12).

Gráfico 12

**Rentabilidad Real Acumulada de la Renta Variable en cada horizonte de tiempo, 0 a 47 años (Tasa de crecimiento mensual anualizada)**



Fuente: BBVA Research

En ese sentido, si bien en el corto plazo un afiliado a un fondo de pensiones, con un portafolio compuesto primordialmente por activos de renta variable, puede enfrentar una alta volatilidad, en el largo plazo esta volatilidad se reduce, acotándose la rentabilidad en un cierto valor, que equivale a la expectativa estadística de largo plazo. De esta forma, el mantener una alta proporción en activos de renta variable se justifica por las mayores rentabilidades que este tipo de activos arroja, para afiliados cuyo horizonte de inversión es largo, como puede ser el caso de las personas jóvenes cuyos recursos se pueden mantener durante un número importante de años en los fondos.

Con el interés de apreciar los diferentes perfiles que podrían describir las rentabilidades y volatilidades en el tiempo, de acuerdo a la conformación de los portafolios y a los cambios que se podrían producir en diferentes etapas del periodo de actividad laboral de los afiliados, incorporamos en el estudio diferentes simulaciones de portafolios con diferentes combinaciones de renta variable y renta fija a fin de analizar los resultados de largo plazo. La simulación considera 250 escenarios para los distintos portafolios.

**b.1 Caso del Ciclo de vida Mexicano**

En primera instancia se simula, para el caso de Colombia, la aplicación del ciclo de vida Mexicano. En este escenario, los afiliados se encuentran entre los 18 y los 26 años en un fondo cuya renta variable representa el 30% del total de portafolio. Al cumplir los 27 años y hasta los 36 años los afiliados pasan



a otro fondo con una proporción de 25% en renta variable. En la medida en que los afiliados envejecen sus recursos pasan a fondos con menor composición en renta variable (ver Cuadro 3)

Cuadro 3

**Composición de los portafolios por edad del afiliado: caso de México**

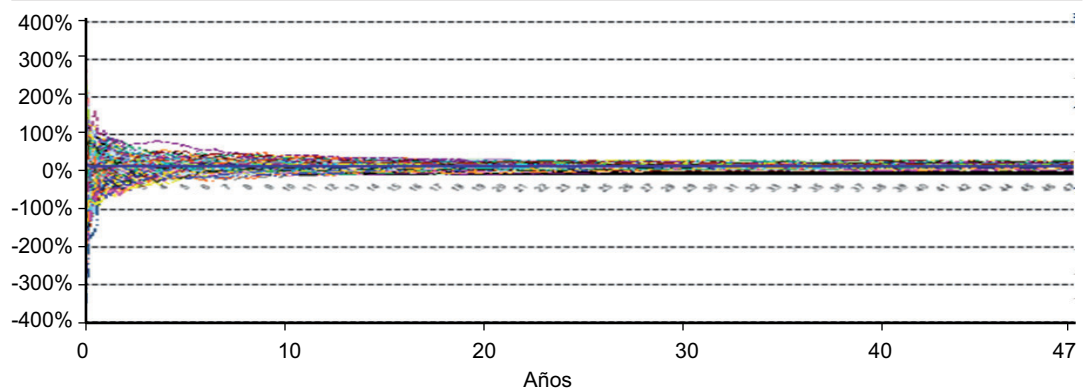
	Siefore 5	Siefore 4	Siefore 3	Siefore 2	Siefore 1
Porcentaje en Renta Variable de Fondo	30%	25%	20%	15%	0%
Edad mínima	18	27	37	46	56
Edad máxima	26	36	45	55	65

Fuente: BBVA Research

En este escenario la rentabilidad real anual promedio acumulada al cabo de 39 años es del 7,2% y la volatilidad del 1,1% (caso de una mujer que deposite un peso a los 18 años en el sistema pensional y los mantenga allí hasta los 57 años). Si por el contrario la persona permanece 44 años en el sistema (caso de un hombre que deposite un peso a los 18 años en el sistema pensional y los mantenga allí hasta los 62 años) obtendrá una rentabilidad real anual promedio un poco menor, de 6,8% al igual que una menor volatilidad, del 1% (ver Gráfico 10). Es de anotar igualmente la reducción de la volatilidad de las rentabilidades anuales promedio, las cuales pasan, según el modelo, de 9,7% para el primer año a los valores mencionados del orden del 1% a los 39 y 44 años. Es de resaltar que en el caso Mexicano, la volatilidad se reduce de forma importante a lo largo del tiempo por la introducción de una mayor proporción de renta fija dentro del portafolio en la medida en que se va envejeciendo, llegando a ser esta proporción del 100% a partir de los 56 años (ver Gráfico 13).

Gráfico 13

**Simulación para Colombia de los multifondos Mexicanos**



Fuente: BBVA Research

**b.2. Diferentes combinaciones de renta variable y renta fija y multifondos (cuadro 4)**

Actualmente en Colombia el portafolio de los fondos se compone en un 40%, aproximadamente, en renta variable y en un 60% en renta fija. Es de resaltar, sin embargo, que anteriormente la proporción de renta fija era aún mayor, representando para el 2006 el 77,2% del portafolio total y habiendo representado históricamente una proporción mayor.

A continuación se presentan los resultados de simular un escenario que se puede considerar como intermedio para el caso colombiano, donde se mantiene una composición del 30% en renta variable y del 70% en renta fija (RV30%-RF70%- ver Cuadro 4). Un fondo con tal composición rentaría, según el modelo, en promedio al 8,6% real al cabo de 39 años<sup>12</sup>.

12: Cabe mencionar que la rentabilidad anual real promedio de los fondos se ubicó en 10,03% en los últimos 12 años (febrero 1998-febrero 2010). La rentabilidad anual real promedio de los últimos 3 años (marzo 2007- febrero 2010) fue del 21,97%.

Cuadro 4

**Rentabilidad y volatilidad anuales promedio para diferentes períodos de tiempo**

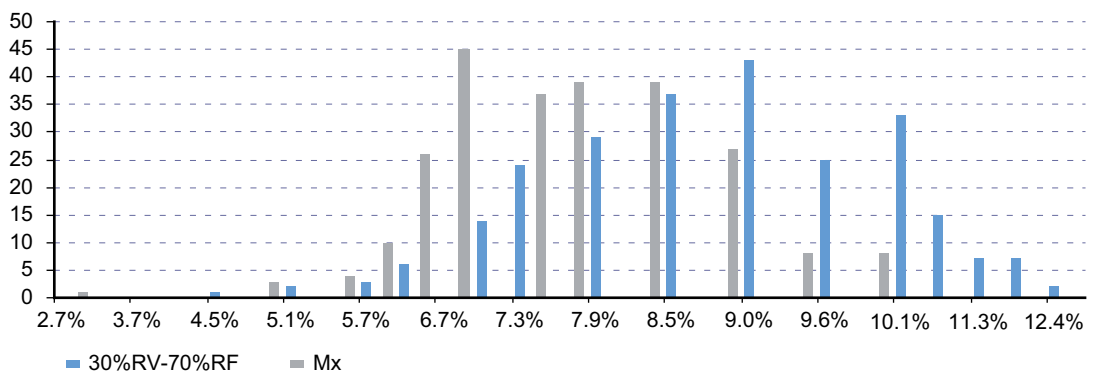
Año	Escenario base: RV30		RV 50		RV80		Ciclo de vida México	
	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad
1	8,56%	9,71%	11,41%	16,14%	15,00%	25,79%	8,56%	9,71%
5	8,27%	4,02%	10,94%	6,66%	14,24%	10,63%	8,27%	4,02%
10	8,33%	3,02%	11,02%	5,00%	14,35%	7,97%	8,25%	2,97%
39	8,57%	1,46%	11,40%	2,40%	14,94%	3,83%	7,24%	1,13%
44	8,59%	1,36%	11,42%	2,22%	14,97%	3,54%	6,84%	1,02%

Fuente: BBVA Research

Si se comparan estos resultados con el caso de México se observa, como era de esperar, que hasta el quinto año tanto la rentabilidad acumulada como la volatilidad de la misma son iguales en la medida en que los portafolios de las dos simulaciones son las mismas (ver Cuadro 4). Para el décimo año las diferencias empiezan a percibirse, con una rentabilidad acumulada promedio superior en el caso **30%RV- 70%RF** que en el caso mexicano, en donde a partir del noveno año la composición del portafolio en renta variable se reduce al 25% hasta llegar al 0%, años antes de la edad requerida para pensionarse. Al cabo de 39 años el diferencial de rentabilidades se encuentra en 133 puntos básicos y al cabo de 44 años este diferencial es de 175 puntos básicos. Por su parte la volatilidad es del 22,5% y del 25% inferior en el caso de mexicano que en el caso 30%RV- 70%RF a los 39 y 44 años; respectivamente (ver Cuadro 4). Es interesante observar cómo el sistema de ciclo de vida se acota aún más las rentabilidades. Efectivamente, en el caso mexicano, el 85,2% de las rentabilidades se encuentran entre los rangos de valores de 5,7% y 8,8%, ubicándose el 18% de ellas en un valor de 6,7% (ver gráfico 7) mientras que en el caso 30%RV- 70%RF el 90% de las observaciones se encuentran entre el rango de valores de 6,2% y 10,7%, ubicándose el 17,2% de ellas en un valor de 9%. Es decir que si bien las rentabilidades son más altas en el caso 30%RV-70%RF, también se encuentran menos acotadas que en el caso mexicano (ver Gráfico 14).

Gráfico 14

**Distribución de la rentabilidad en el caso mexicano y en el caso 30%RV- 70%RF (frecuencia)**



Fuente: BBVA Research

Esta simulación muestra que mediante la implementación de los multifondos, los afiliados logran obtener rentabilidades mayores que con el sistema de un fondo único, dependiendo de la proporción de renta variable que se introduzca en los fondos. Efectivamente, al realizar la simulación del caso mexicano cuyo fondo más riesgoso contiene un 30%RV frente al caso de un fondo único 30%RV, los resultados obtenidos muestran rentabilidades menores en el caso mexicano. Por su parte, esta simulación muestra que el ciclo de vida acota aún más las rentabilidades. Por lo anterior, y con el propósito de aumentar las rentabilidades mediante la introducción de los multifondos el fondo más riesgoso que se introduzca en Colombia debería tener una composición en RV superior a la del fondo único actual.

Lo interesante, para el caso colombiano sería tener como fondo más riesgoso uno en el cual la composición en renta variable fuera mayor a la del escenario intermedio simulado anteriormente (**30%RV - 70%RF**) y mayor a la del fondo único actual (**40%RV**). En esa medida, el fondo con mayor riesgo podría aproximarse en composición más a los casos chileno y peruano con una composición del 80%RV, por ejemplo. En tales circunstancias, como lo ilustra el Cuadro 4, con una composición del 80% en renta variable y del 20% en renta fija (**80%RV - 20%RF**), un peso invertido durante 39 años daría una rentabilidad real anual promedio de cerca del 15%. Esta rentabilidad se ubicaría en **11,4%** al componer el portafolio en **50%RV - 50%RF** (ver Cuadro 4). Por su parte, en el caso **50%RV - 50%RF** las rentabilidades se ubican en un 85% en valores entre 8,9% y 14,3%, estando el 19% de las observaciones en un valor de 12,2%. En el caso **80%RV - 20%RF** las rentabilidades se ubican en un 88% en valores entre 9,9% y 20,5%, estando el 17,2% de las observaciones en un valor de 14,4%<sup>13</sup>.

A continuación sería interesante analizar el impacto que tendría introducir, a estos fondos con más riesgo mencionados anteriormente, una regla de convergencia hacia portafolios con mayor composición de renta fija durante los últimos años de acumulación de las personas, con el fin de acotar más el riesgo de las personas próximas a pensionarse. La regla de convergencia introducida supone que 5 años antes de la edad de pensionamiento (a los 34/39 años de estar cotizando al sistema para el caso de las mujeres/hombres; respectivamente) el afiliado deberá tener como mínimo el 20% de su portafolio en un fondo conservador, porcentaje que va aumentando en 20% con la edad del afiliado. Al cabo de los 5 años el afiliado tendrá un portafolio cuya composición en el fondo conservador será del 100%. En el marco de este ejercicio se supuso un fondo conservador con una composición del 10% en renta variable. Por lo tanto, al final de sus días de acumulación el afiliado tendrá un portafolio con 10%RV.

Cuadro 5

### Rentabilidad y volatilidad obtenidas con una composición del portafolio RV80 sin regla de convergencia y con regla de convergencia

Año	Escenario 1: RV80% sin convergencia		Escenario 2: RV80% con convergencia			
	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad	Mujer		Hombre	
			Rentabilidad promedio anual	Volatilidad	Rentabilidad promedio anual	Volatilidad
39,0	14,94%	3,83%	14,16%	3,59%	14,94%	3,83%
44,0	14,97%	3,54%			14,31%	3,43%

Fuente: BBVA Research

La regla de convergencia reduce la volatilidad. Lo anterior se evidencia al comparar los portafolios **RV80 sin convergencia y RV80 con convergencia**<sup>14</sup> (escenarios 1 y 2 en el cuadro 5). Efectivamente, desde el momento en que empieza la regla de convergencia (al cabo de 34/39 años en los casos de las mujeres y de los hombres; respectivamente), las volatilidades del escenario sin convergencia superan a las del escenario con convergencia. Esta diferencia se hace mayor en la medida en que avanza la convergencia. Lo mismo sucede con la rentabilidad: es mayor en el caso sin convergencia que en el caso con convergencia y esta diferencia se acrecienta en la medida en que avanza el proceso de convergencia. Esto es de esperar en cuanto que la regla busca precisamente proteger los ahorros de las personas próximas a pensionarse al exponerlas menos a grandes cambios en las rentabilidades aunque perciban rentabilidades acumuladas en promedio menores. En el caso **RV80 con convergencia** con pensionamiento al cabo de los 39 años, el modelo muestra una relación rentabilidad, volatilidad mayor que en el caso **RV80 sin convergencia** (ver Cuadro 5).

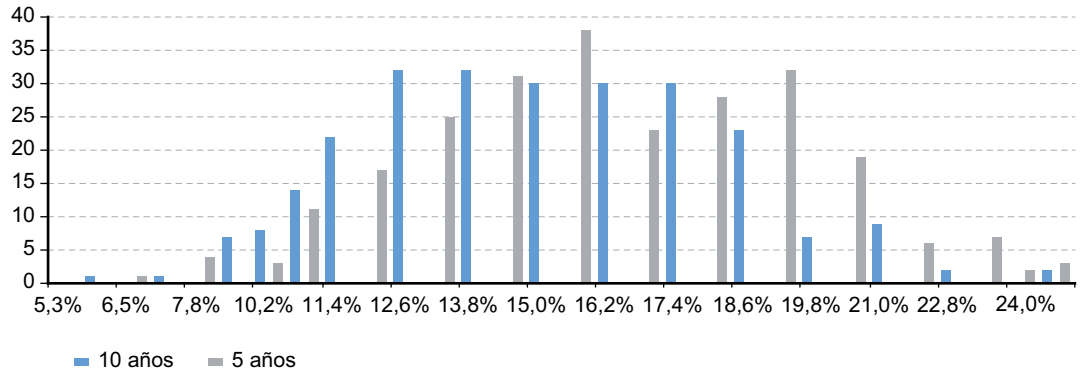
13: Vale la pena recalcar que altas proporciones en renta variable arrojan portafolios con rentabilidades muy altas, producto de los supuestos iniciales de altas rentabilidades promedio utilizadas al momento de proyectar los precios de la renta variable. El modelo presenta un sesgo a la introducción de mayores proporciones de renta variable, sin embargo es muy útil para estudiar, la dirección de los cambios que se producen tanto en rentabilidades como en volatilidades al introducir los diferentes portafolios.

14: En el escenario en que la persona mantenga un portafolio con RV80 durante todo su período de acumulación la dispersión de las rentabilidades reales se encuentra entre 10,1% y 22% al cabo de 39 años. Por su parte, en el caso de RV80 con convergencia el 85% de las rentabilidades se encuentran entre 9% y 19,1%. En ese sentido se puede ver que la regla de convergencia efectivamente reduce el rango de rentabilidades que se pueden obtener.

De llevarse a cabo la misma regla de convergencia simulada anteriormente, pero empezando a una edad más temprana, por ejemplo 10 años antes de la edad de pensionamiento y culminando 5 años antes de la misma, la volatilidad de la rentabilidad acumulada promedio obtenida en el momento de pensionarse será menor pero la rentabilidad acumulada también (ver Gráfico 14a).

Gráfico 15

**Distribución de la rentabilidad en el caso 80%RV con convergencia 5 años antes y 80%RV con convergencia 10 años antes (frecuencia)**



Fuente: BBVA Research

La rentabilidad acumulada promedio anual del escenario con convergencia 10 años antes se ubica en **12,94%** al cabo de 39 años, frente al **14,16%** que se presenta en el caso del escenario con convergencia 5 años antes. Es decir, una reducción en la rentabilidad de 122 puntos básicos. Es de anotar que en el caso de una convergencia de 10 años la relación entre la rentabilidad real acumulada promedio anual y la volatilidad es menor que en el caso de la convergencia en 5 años, mostrando una menor rentabilidad por unidad de riesgo en el primer caso (ver Cuadro 5a).

Cuadro 5a

**Rentabilidad y volatilidad obtenidas con una composición de portafolio RV80% con regla de convergencia 5 años y 10 años antes del pensionamiento**

		RV80%	RV80% convergencia de 5 años	RV80% convergencia de 10 años
A los 44 años	Rentabilidad	14,97	14,31	13,18
	Volatilidad	3,54	3,43	3,18
	Sharpe	4,23	4,17	4,14
A los 39 años	Rentabilidad	14,94	14,16	12,94
	Volatilidad	3,83	3,59	3,42
	Sharpe	3,90	3,94	3,78

Fuente: BBVA Research

En estas circunstancias se podría aludir que el escenario de una convergencia de 10 años, como el simulado anteriormente, resultaría inferior al de la convergencia en 5 años.

De las simulaciones realizadas hasta el momento, se puede aludir **primero** que dado que la convergencia reduce la rentabilidad acumulada promedio al momento de pensionarse se debería esperar, para el caso colombiano, no sólo que el fondo riesgoso tuviera una composición mayor en renta variable que el fondo único actual, sino que incluso el fondo moderado presentara una composición mayor de RV que el fondo actual. Más aún si se considera que éste último se constituye, presumiblemente, en el fondo por default. Efectivamente, la experiencia internacional muestra que la mayoría de las personas no eligen fondo y por lo tanto el diseño del fondo por default es de gran relevancia. En el caso de Colombia la Ley estipuló como fondo por default el portafolio moderado o conservador y se escogerá por lo tanto el fondo moderado. En síntesis, de mantener el fondo moderado con la composición en RV del fondo único actual implicaría, presumiblemente, que el sólo hecho de implementar los multifondos reduciría la cantidad de renta variable del sistema pues las personas de mayor edad entrarían directamente a tener parte de sus recursos en el fondo conservador, cuya composición en RV es menor que la del fondo actual y por lo tanto la rentabilidad promedio se vería

reducida. En **segundo** lugar, al evaluar una alternativa de convergencia 10 años antes de la edad de pensionamiento para el fondo más riesgoso (RV80%) se pudo establecer que este escenario era inferior en términos de rentabilidad y de razón de sharpe que el escenario con transición 5 años antes. Sin embargo, debido que esta regla de convergencia se aplica igualmente al fondo moderado, se debe evaluar para este fondo también. La regla de convergencia se debe evaluar en términos de la relación rentabilidad/volatilidad, siempre sobre la base de una rentabilidad objetivo y para cada fondo.

A continuación se simula un posible escenario a implementar para el caso colombiano: un fondo riesgoso con una composición RV80%, un fondo moderado con una composición RV45% y un fondo conservador con una composición RV10%. Nótese que el fondo moderado tendría una composición en RV un poco mayor que el fondo único actual. Adicionalmente, se implementaría por Ley la regla de convergencia 5 años antes de la edad de pensionamiento, simulada antes en el documento. Por su parte, se simula el caso de un afiliado cualquiera que escogiera el fondo riesgoso, durante los primeros años de acumulación y el moderado durante su edad intermedia.

**b.3. Escenario RV80%-RV45% con convergencia (cuadros 6 y 7).**

En este escenario un afiliado podría escoger un fondo de mayor riesgo entre los 18 y los 36 años, uno de riesgo moderado entre los 37 y los 51/57 años (mujer/hombre) y está sujeto a una regla de convergencia a partir de los 52/57 años (mujer/hombre) (ver Cuadro 6).

Cuadro 6

**Composición del portafolio de una mujer/ un hombre que escogen los tres fondos a lo largo de sus vidas y que están sujetos a la regla de convergencia**

	Fondo mayor riesgo	Fondo moderado	Fondos mod. y cons.	
Porcentaje en renta variable del Fondo	80%	45%	Regla de convergencia	
Edad mínima	18	37	52/57	M/H
Edad máxima	36	51	57/62	M/H

Fuente: BBVA Research

En tales circunstancias, la rentabilidad real promedio obtenida para el período de 39 años (mujer) sería del **12,2%**, con una volatilidad anual del **3%**<sup>15</sup> (ver Cuadro 7, columnas 3 y 4). Por su parte, en el caso de los hombres, en el escenario 1 **-RV80%-R45% - Regla de convergencia-** al cabo de 44 años la rentabilidad obtenida sería **12,1%**, con una volatilidad del 2,8% para el período (ver Cuadro 8 columnas 4 y 5). En este escenario se obtiene, tanto para el caso de las mujeres como para el caso de los hombres, una relación entre la rentabilidad anual promedio acumulada y la volatilidad de la misma mayor a la que se obtendría en el caso RV80% con convergencia. En ese sentido se podría pensar que si bien la rentabilidad en el escenario **RV80%-R45%- Regla de convergencia** es menor que en el escenario **RV80% con convergencia**, esta sigue siendo alta y con una relación rentabilidad promedio por unidad de riesgo mayor (4,1 frente a 3,9 al cabo de 39 años y 4,4 frente a 4,2 al cabo de 44 años) (ver Cuadro 7).

Cuadro 7

**Rentabilidad y volatilidad obtenidas con una composición del portafolio RV80%-RV45% y regla de convergencia, RV80% sin regla de convergencia y RV80% con regla de convergencia**

Año	Escenario 1: RV80% RV45% y regla de Convergencia				Escenario 2: RV80% sin convergencia		Escenario 3: RV80% con convergencia			
	Mujer		Hombre		Rentab. promedio anual	Volatilidad	Mujer		Hombre	
	Rentab. promedio anual	Volatilidad	Rentab. promedio anual	Volatilidad			Rentab. promedio anual	Volatilidad	Rentab. promedio anual	Volatilidad
39,0	12,23%	3,01%	12,67%	3,10%	14,94%	3,83%	14,16%	3,59%	14,94%	3,83%
44,0			12,09%	2,76%	14,97%	3,54%			14,31%	3,43%

Fuente: BBVA Research

15: En este escenario el 88% de las rentabilidades reales obtenidas en las 250 diferentes sendas se ubican entre 8,3% y 18% y 17% de ellas son del 10,5%.

Dado que la regla de convergencia se aplica en el caso de los hombres cinco años después que en el caso de las mujeres, el escenario 1 -RV80%-RV45% con convergencia- para los casos de la mujer y del hombre empiezan a diferir a partir del año 34 (momento en el cual comienza la convergencia para las mujeres). Efectivamente, ya para el año 35 la rentabilidad real acumulada promedio anual en el caso de la mujer es del 12,8%, mientras que en el caso del hombre es del 12,83%. La rentabilidad del hombre se mantiene por encima de la de mujer hasta el año 39, momento en el cual la mujer se pensiona. Lo anterior se debe a que la regla de convergencia en el caso de la mujer se encuentra en una etapa más avanzada que en el caso del hombre. Adicionalmente, se debe anotar nuevamente que la regla de convergencia reduce la volatilidad. Efectivamente, la anterior se ubica, al cabo de 39 años, en 3,01% en el caso de la mujer, y en 3,10% para ese mismo año 39, en el caso del hombre (ver Cuadro 7).

Supongamos ahora, un escenario en el que la persona no elige y que se le asigna por lo tanto el fondo por default.

**b.3. Escenario por default: RV45 con convergencia (cuadro 8)**

Cabe mencionar la importancia que para el caso colombiano tiene el fondo moderado en el éxito de los multifondos, en la medida en que este fondo se constituye en el fondo por default. De mantenerse el fondo único con la composición actual (RV40% sin convergencia) la rentabilidad real acumulada promedio anual al cabo de 39 años es de 10%. Por su parte el portafolio RV45% sin convergencia arrojaría una rentabilidad real acumulada promedio anual al cabo de 39 años de 10,73%. En el caso del portafolio RV45% con convergencia la rentabilidad acumulada (10,23% real anual promedio) se ubicaría en una posición intermedia entre RV40% sin convergencia y RV45% sin convergencia. Efectivamente, en este escenario se obtendría una rentabilidad intermedia, al igual que una volatilidad intermedia (ver cuadro 8 y gráfico 15).

Cuadro 8

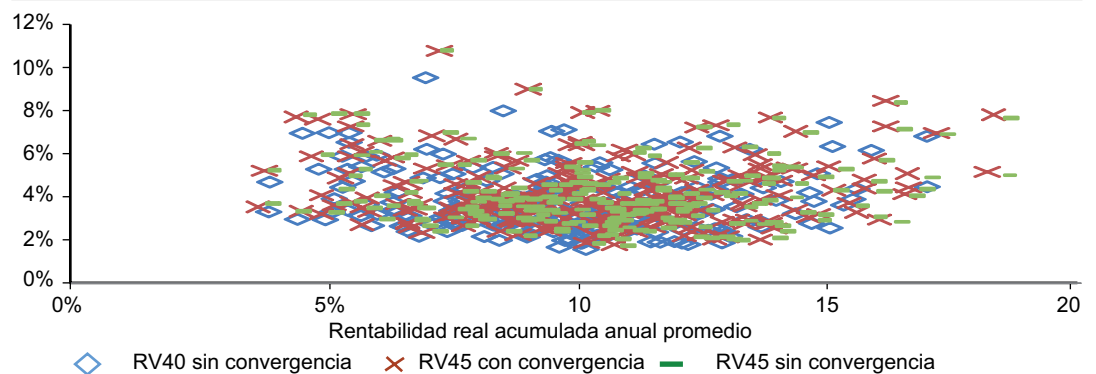
**Rentabilidad y volatilidad obtenidas con una composición del portafolio RV40% y RV45% sin regla de convergencia y RV45% con regla de convergencia**

Año	Escenario 1: RV40% sin convergencia		Escenario 1: RV45% sin convergencia		Escenario 2: RV45% con convergencia			
	Rentab. promedio anual	Volatilidad	Rentab. promedio anual	Volatilidad	Mujer		Hombre	
					Rentab. promedio anual	Volatilidad	Rentab. promedio anual	Volatilidad
39	10,03%	1,93%	10,73%	2,16%	10,28%	2,04%	10,73%	2,16%
44	10,05%	1,79%	10,75%	2,00%			10,37%	1,94%

Fuente: BBVA Research

Gráfico 16

**Rentabilidad y volatilidad obtenidas con una composición del portafolio RV40% y RV45% sin regla de convergencia y RV45% con regla de convergencia**



Fuente: BBVA Research

Al momento de escoger el portafolio de default se debería comprar tanto las rentabilidades como la volatilidad y la relación de estas dos variables. Efectivamente, a partir de las simulaciones se puede establecer claramente, por ejemplo, que la convergencia a 10 años no represente una opción (ver Cuadro 8a).

Cuadro 8a

**Rentabilidad, volatilidad y razón de Sharpe**

		RV40%	RV45%	RV45% convergencia 5 años	RV45% convergencia 10 años
A los 44 años	Rentabilidad	10,05	10,75	10,37	9,74
	Volatilidad	1,79	2,00	1,94	1,81
	Sharpe	5,61	5,38	5,35	5,35
A los 39 años	Rentabilidad	10,03	10,73	10,28	9,60
	Volatilidad	1,93	2,16	2,04	1,95
	Sharpe	5,20	4,97	5,04	4,92

Fuente: BBVA Research

Efectivamente, la opción **RV40%** presenta una rentabilidad superior, una volatilidad menor y una razón del Sharpe mayor que la opción **RV45% convergencia 10 años** (tanto al cabo de 39 años como al cabo de 44 años). De otra parte, las opciones **RV45%** y **RV45% convergencia 5 años** presentan rentabilidades promedio mayores que la opción **RV40%**, a pesar de que sus volatilidades son mayores y sus razones de sharpe inferiores. En la medida en que la rentabilidades de los escenarios simulados de **RV45%** son mayores toca entrar a evaluar cual de los dos se escogería. El escenario **RV45%** presenta una rentabilidad mayor en 3,7% con respecto al escenario **RV45% convergencia 5 años** y una volatilidad también mayor en 3,1%.

En síntesis, el portafolio moderado deberá, presumiblemente, tener en el caso colombiano una composición en RV mayor al fondo único actual si se quieren obtener rentabilidades promedio mayores a las actuales. El diseño de un fondo moderado **RV45% con convergencia 5 años** podría ser una opción. Existen otras opciones, la elección definitiva dependerá de las rentabilidades objetivo y de las volatilidades tolerables.

A continuación se calculan las tasas de reemplazo obtenidas para diferentes escenarios de tasas de rentabilidad y densidades de cotización, pues el objetivo primordial de la obtención de las mejores rentabilidades posibles es la obtención de las mejores tasas de reemplazo posibles.

**b.4. Tasas de reemplazo<sup>16</sup>**

La tasa de reemplazo permite evaluar el cumplimiento del objetivo de suficiencia de un sistema pensional, en la medida en que éste indica la capacidad de los afiliados al sistema de mantener en la vejez, el nivel de vida de la etapa activa. Esta tasa depende de variables propias al sistema pensional pero, igualmente, y en gran medida, de variables ajenas al mismo, como pueden ser aquellas relacionadas con las características del mercado laboral, con el ciclo de la actividad económica, entre otros. A continuación se simulan las tasas de reemplazo obtenidas para el caso colombiano, con diferentes escenarios de tasas de rentabilidad y de densidades de cotización. El Cuadro 9, contiene los resultados de las simulaciones. El resultado más notorio es el impacto sobre las tasas de reemplazo de las densidades de cotización. Efectivamente, una persona que empieza cotizar a los 18 años y hasta los 62, que presenta una densidad de cotización del 96% y un retorno del 7%, logra reemplazar en la vejez la totalidad de su ingreso. Sin embargo, una persona en las mismas condiciones pero con una densidad de cotización del 3,7% logra una tasa de reemplazo de apenas el 4% de su último salario.

16: En el marco de este documento se mide la tasa de reemplazo como proporción del último salario percibido en la etapa activa.

Cuadro 9

**Tasa de remplazo para diferentes densidades de cotización y tasas de rentabilidad (porcentaje del último salario)**

Densidad de cotización	5	6	7	8	10	11	12	14
A	59%	76%	99%					
B	43%	56%	73%	97%				
C	17%	22%	28%	37%	66%	89%	120%	
D	2%	3%	4%	5%	9%	13%	16%	30%

Supuestos: Tasa de cotización del 11,5% tasa de incremento real de los salrios del 2% y densidad de cotización del:

A:96%; B:70,8%; C: 27,3% y D:3,7%

Fuente: BBVA Research

En ese sentido la calidad de la cobertura (vista como densidad de cotización) es de primordial importancia en términos de los resultados de un sistema pensional. Incluso si se llegaran a presentar tasas de rentabilidad reales del 14% promedio anual, la tasa de remplazo para densidades bajas sería muy pequeña, de 30% en el caso de una densidad del 3,7%. Efectivamente, una alta cobertura en término agregados no es garantía de una buena calidad de la misma. Este fue uno de los puntos que llevaron a reformar el sistema chileno de pensiones en la medida en que si bien la tasa de cobertura en términos agregados antes de la reforma era adecuada, lo mismo no sucedía con la calidad de la misma. En su momento se estimó que cerca del 50% de los afiliados no alcanzaría ni siquiera una pensión mínima.

De otra parte, se debe anotar el factor determinante en la tasa de reemplazo que representa la rentabilidad. En ese sentido, es presumible que resulta de primordial importancia, al diseñar el régimen de inversiones, fijar una meta de tasa de rentabilidad. Es de anotar que si bien la meta se fija con base a unas tasas de rentabilidad a obtener, esto se hace con base en algunos supuestos básicos que pueden, sin embargo no realizarse.



## 4. Conclusiones

El estudio ha tenido como objetivo central realizar un ejercicio teórico enfocado en el nuevo régimen de inversión de los multifondos, simulando aspectos relacionados a la composición del portafolio entre renta variable y renta fija. Es importante señalar que los resultados que se obtengan en los diferentes escenarios planteados deben ser tomados como parte de ejercicios teóricos que se basan en determinados supuestos y limitados por la característica de la información disponible. Por tanto, los patrones que muestran nuestras proyecciones deberán ser considerados como referencias y no como sendas exactas que tomará el sistema de pensiones colombiano bajo un esquema de multifondos. Ello teniendo en cuenta además que a la fecha de finalización de este estudio, todavía quedan por definirse aspectos centrales en la normativa.

Así, podemos ver en primer lugar que el horizonte de inversión debe ser de largo plazo para poner en una adecuada dimensión cualquier posible desempeño de corto plazo. La experiencia colombiana muestra como si bien durante los primeros 10 meses del 2008 se registraron pérdidas, las mismas fueron más que compensadas durante el 2009. En el largo plazo los rendimientos otorgados por la industria han sido muy satisfactorios.

En segundo lugar, a partir de las simulaciones se puede ver como el régimen de inversión influye de manera importante en los potenciales rendimientos. En este sentido, la introducción del sistema de multifondos en Colombia al tender hacia carteras más diversificadas, que incluyen renta variable, va a ser muy positiva en términos de rendimientos, con una volatilidad controlada. Las simulaciones muestran que mediante la implementación de los multifondos, los afiliados logran obtener rentabilidades mayores que con el sistema de un fondo único, dependiendo de la proporción de renta variable que se introduzca en los fondos. Efectivamente, al realizar la simulación del caso mexicano cuyo fondo más riesgoso contiene un 30%RV frente al caso de un fondo único 30%RV, los resultados obtenidos muestran rentabilidades menores en el caso mexicano. Por su parte, esta simulación muestra que el ciclo de vida acota aún más las rentabilidades. En ese sentido, y con el propósito de aumentar las rentabilidades mediante la introducción de los multifondos el fondo más riesgoso que se introduzca en Colombia debería tener una composición en RV superior a la del fondo único actual. En la misma vía, se esperaría que el fondo moderado tuviera una composición en RV mayor que el fondo único actual, esto último teniendo en cuenta este fondo se constituye en el fondo por **default** y a que la regla de convergencia reduce la rentabilidad. Efectivamente, de mantener el fondo moderado con la composición en RV del fondo único actual implicaría, presumiblemente, que el sólo hecho de implementar los multifondos reduciría la cantidad de renta variable del sistema pues las personas de mayor edad entrarían directamente a tener parte de sus recursos en el fondo conservador, cuya composición en RV es menor que la del fondo actual y por lo tanto la rentabilidad promedio se vería reducida.

Al evaluar una alternativa de convergencia 10 años antes de la edad de pensionamiento para el fondo más riesgoso (RV80%) se pudo establecer que este escenario era inferior en términos de rentabilidad y de razón de sharpe que el escenario con transición 5 años antes, pero superior en términos de una menor volatilidad. Sin embargo, debido que esta regla de convergencia se aplica igualmente al fondo moderado, debe ser evaluada en el caso este fondo también. En este sentido, a manera de ejercicio se simuló la convergencia de 10 años antes de la edad de pensionamiento, para un fondo por **default** con una composición de **RV45%**. Se pudo establecer que dicha opción es inferior al escenario actual de **RV40%** en términos de rentabilidad promedio, volatilidad y razón de sharpe. En ese sentido se descartó como opción la regla de convergencia al fondo conservador desde 10 años antes a la edad de pensionamiento que se simuló en el documento. La opción de **RV45% con convergencia de 5 años** es superior a la situación actual en términos de rentabilidades (superior en 2,5%), con una volatilidad superior del 5,7%. Se deberá mirar la eficiencia de las diferentes posibilidades en términos de la relación rentabilidad/volatilidad, siempre sobre la base de una rentabilidad objetivo y con una volatilidad acotada.

Al simular el escenario **RV80%-RV45% con convergencia 5 años** la rentabilidad real promedio obtenida para el período de 39 años (mujer) sería del **12,23%**, con una volatilidad anual del **3,01%**<sup>17</sup>. Por su parte, en el caso de los hombres, en el escenario 1 -**RV80%-RV45% - Regla de convergencia 5 años**- al cabo de 44 años la rentabilidad obtenida sería **12,09%**, con una volatilidad del **2,76%** para el período. En este escenario se obtiene, tanto para el caso de las mujeres como para el caso de los hombres, una relación entre la rentabilidad anual promedio acumulada y la volatilidad de la misma

17: En este escenario el 88% de las rentabilidades reales obtenidas en las 250 diferentes sendas se ubican entre 8,3% y 18% y el 17% de ellas son del 10,5%.

mayor a la que se obtendría en el caso **RV80% con convergencia**. En ese sentido se podría pensar que si bien la rentabilidad en el escenario **RV80%-R45%- Regla de convergencia** es menor que en el escenario **RV80% con convergencia**, esta sigue siendo alta y con una relación rentabilidad promedio por unidad de riesgo mayor (4,1 frente a 3,9 al cabo de 39 años y 4,4 frente a 4,2 al cabo de 44 años). Adicionalmente, estas rentabilidades son mayores a las del escenario actual **RV40%** (en este escenario las rentabilidades son del orden del 10%) y mejores a las de los escenario **RV45%** que se simularon como fondos **default**.

Como se mencionó anteriormente, para el caso colombiano el fondo moderado se constituye en el fondo por **default** y por lo tanto la importancia en su diseño. De mantenerse el fondo único con la composición actual (**RV40% sin convergencia**) la rentabilidad real acumulada promedio anual al cabo de 39 años es de 10% (sin contar la reducción por concepto de la regla de convergencia). Por su parte el portafolio **RV45% sin convergencia** arrojaría una rentabilidad real acumulada promedio anual al cabo de 39 años de 10,73%. En el caso del portafolio **RV45% con convergencia** la rentabilidad acumulada (10,23% real anual promedio) se ubicaría en una posición intermedia entre **RV40% sin convergencia y RV45% sin convergencia**. Efectivamente, en este escenario se obtendría una rentabilidad intermedia, al igual que una volatilidad intermedia.

En síntesis, el portafolio moderado deberá, presumiblemente, tener en el caso colombiano una composición en RV mayor al fondo único actual si se quieren obtener rentabilidades promedio mayores a las actuales. El diseño de un fondo moderado **RV45% con convergencia 5 años** podría ser una opción. Existen otras opciones, la elección definitiva dependerá de las rentabilidades objetivo y de las volatilidades tolerables. Es de anotar, sin embargo que la rentabilidad obtenida en el portafolio por default sería en este caso en 15,5% y de 14,2% menor que en el caso **RV80%-R45%- Regla de convergencia**, para el caso de las mujeres y de los hombres, respectivamente.

Al calcular las tasas de reemplazo obtenidas para diferentes escenarios de tasas de rentabilidad y densidades de cotización, se concluye que si bien la rentabilidad resulta de primordial importancia en la determinación de las mismas, la calidad de la cobertura (vista como densidad de cotización) es determinante en términos de los resultados de un sistema pensional. Incluso si se llegaran a presentar tasas de rentabilidad reales del 14% promedio anual, la tasa de reemplazo para densidades bajas sería muy pequeña, de 30% en el caso de una densidad del 3,7%. Es importante, por lo tanto, tener en cuenta que el desempeño de los sistemas pensionales depende en gran medida de variables exógenas a éste. Variables tales como la calidad de la cobertura (densidad de cotización) se ven afectadas de forma definitiva por las características del mercado laboral y por lo tanto mejoras en la misma dependen en gran medida de decisiones ajenas al sistema pensional.

## 5. Bibliografía

- Herrera, Carlos A., (2010). *“Rentabilidad de largo plazo y tasas de reemplazo en el Sistema de Pensiones de México”*. Documento de Trabajo No. 1001, Unidad de Tendencias Globales, Servicio de Estudios BBVA. Enero.
- Hull, John C., (2008). *“Options, Futures, & Other Derivatives”*. Prentice Hall. Séptima Edition.
- Jara, Diego; Gómez, Carolina; Pardo, Andrés (2005) *“Análisis de eficiencia de los portafolio pensionales obligatorios en Colombia”*. Revista ESPE, No. 49 Diciembre 2005. Páginas 192-239
- Luenberger, David G. (1998) *“Investment Science”* Oxford University Press.
- Laserna Juan Mario (2006). *“Una propuesta para mejorar el manejo de riesgo, la diversificación y la eficiencia de los portafolios de los fondos de pensiones obligatorias”* Bogotá mayo 29.
- Revez, Alejandro; León, Carlos (2008) *“Administración de fondos de pensiones y multifondos en Colombia”*. No. 506 2008.
- Revez, Alejandro; León, Carlos; Laserna, Juan Mario; Martínez, Ivonne (2008) *“Recomendaciones para la modificación del régimen de pensiones obligatorias de Colombia”* No. 507 2008
- Revez, Alejandro; León, Carlos; Castro Freddy; Piraquive, Gabriel (2009) *“Modelo de Simulación del valor de la pensión de un trabajador en Colombia”*. Núm. 553. 2009.
- Vasicek, Oldrich (1977), *“An Equilibrium Characterization of the Term Structure”* Journal of Financial Economics 5, 177-188. North-Holland Publishing Co.
- Corporación Financiera del Valle (2001). *“¿Es la DTF la tasa de interés de la Economía?”*

## Working Papers

- 00/01 **Fernando C. Ballabriga y Sonsoles Castillo:** BBVA-ARIES: un modelo de predicción y simulación para la economía de la UEM.
- 00/02 **Rafael Doménech, María Teresa Ledo and David Taguas:** Some new results on interest rate rules in EMU and in the US.
- 00/03 **Carmen Hernansanz and Miguel Sebastián:** The Spanish Banks' strategy in Latin America.
- 01/01 **José Félix Izquierdo, Angel Melguizo y David Taguas:** Imposición y Precios de Consumo.
- 01/02 **Rafael Doménech, María Teresa Ledo and David Taguas:** A Small Forward-Looking Macroeconomic Model for EMU.
- 02/01 **Jorge Blázquez y Miguel Sebastián:** ¿Quién asume el coste en la crisis de deuda externa? El papel de la Inversión Extranjera Directa (IED).
- 03/01 **Jorge Blázquez y Javier Santiso:** México, ¿un ex-emergente?
- 04/01 **Angel Melguizo y David Taguas:** La ampliación europea al Este, mucho más que economía.
- 04/02 **Manuel Balmaseda:** L'Espagne, ni miracle ni mirage.
- 05/01 **Alicia García-Herrero:** Emerging Countries' Sovereign Risk: Balance Sheets, Contagion and Risk Aversion.
- 05/02 **Alicia García-Herrero and María Soledad Martínez Pería:** The mix of International bank's foreign claims: Determinants and implications.
- 05/03 **Alicia García Herrero and Lucía Cuadro-Sáez:** Finance for Growth: Does a Balanced Financial Structure Matter?
- 05/04 **Rodrigo Falbo y Ernesto Gaba:** Un estudio econométrico sobre el tipo de cambio en Argentina.
- 05/05 **Manuel Balmaseda, Ángel Melguizo y David Taguas:** Las reformas necesarias en el sistema de pensiones contributivas en España.
- 06/01 **Ociel Hernández Zamudio:** Transmisión de choques macroeconómicos: modelo de pequeña escala con expectativas racionales para la economía mexicana.
- 06/02 **Alicia García-Herrero and Daniel Navia Simón:** Why Banks go to Emerging Countries and What is the Impact for the Home Economy?
- 07/01 **Pedro Álvarez-Lois and Galo Nuño-Barrau:** The Role of Fundamentals in the Price of Housing: Theory and Evidence.
- 07/02 **Alicia García-Herrero, Nathalie Aminian, K.C.Fung and Chelsea C. Lin:** The Political Economy of Exchange Rates: The Case of the Japanese Yen.
- 07/03 **Ociel Hernández y Cecilia Posadas:** Determinantes y características de los ciclos económicos en México y estimación del PIB potencial.
- 07/04 **Cristina Fernández y Juan Ramón García:** Perspectivas del empleo ante el cambio de ciclo: un análisis de flujos.
- 08/01 **Alicia García-Herrero and Juan M. Ruiz:** Do trade and financial linkages foster business cycle synchronization in a small economy?
- 08/02 **Alicia García-Herrero and Eli M. Remolona:** Managing expectations by words and deeds: Monetary policy in Asia and the Pacific.
- 08/03 **José Luis Escrivá, Alicia García-Herrero, Galo Nuño and Joaquin Vial:** After Bretton Woods II.
- 08/04 **Alicia García-Herrero and Daniel Santabárbara:** Is the Chinese banking system benefiting from foreign investors?
- 08/05 **Joaquin Vial and Angel Melguizo:** Moving from Pay as You Go to Privately Manager Individual Pension Accounts: What have we learned after 25 years of the Chilean Pension Reform?
- 08/06 **Alicia García-Herrero and Santiago Fernández de Lis:** The Housing Boom and Bust in Spain: Impact of the Securitization Model and Dynamic Provisioning.

- 08/07 **Ociel Hernández y Javier Amador:** La tasa natural en México: un parámetro importante para la estrategia de política monetaria.
- 08/08 **Patricia Álvarez-Plata and Alicia García-Herrero:** To Dollarize or De-dollarize: Consequences for Monetary Policy.
- 09/01 **K.C. Fung, Alicia García-Herrero and Alan Siu:** Production Sharing in Latin America and East Asia.
- 09/02 **Alicia García-Herrero, Jacob Gyntelberg and Andrea Tesei:** The Asian crisis: what did local stock markets expect?
- 09/03 **Alicia García-Herrero and Santiago Fernández de Lis:** The Spanish Approach: Dynamic Provisioning and other Tools.
- 09/04 **Tatiana Alonso:** Potencial futuro de la oferta mundial de petróleo: un análisis de las principales fuentes de incertidumbre.
- 09/05 **Tatiana Alonso:** Main sources of uncertainty in formulating potential growth scenarios for oil supply.
- 09/06 **Ángel de la Fuente y Rafael Doménech:** Convergencia real y envejecimiento: retos y propuestas.
- 09/07 **KC FUNG, Alicia García-Herrero and Alan Siu:** Developing Countries and the World Trade Organization: A Foreign Influence Approach.
- 09/08 **Alicia García-Herrero, Philip Woolbridge and Doo Yong Yang:** Why don't Asians invest in Asia? The determinants of cross-border portfolio holdings.
- 09/09 **Alicia García-Herrero, Sergio Gavilá and Daniel Santabárbara:** What explains the low profitability of Chinese Banks?
- 09/10 **J.E. Boscá, R. Doménech and J. Ferri:** Tax Reforms and Labour-market Performance: An Evaluation for Spain using REMS.
- 09/11 **R. Doménech and Angel Melguizo:** Projecting Pension Expenditures in Spain: On Uncertainty, Communication and Transparency.
- 09/12 **J.E. Boscá, R. Doménech and J. Ferri:** Search, Nash Bargaining and Rule of Thumb Consumers.
- 09/13 **Angel Melguizo, Angel Muñoz, David Tuesta y Joaquín Vial:** Reforma de las pensiones y política fiscal: algunas lecciones de Chile.
- 09/14 **Máximo Camacho:** MICA-BBVA: A factor model of economic and financial indicators for short-term GDP forecasting.
- 09/15 **Angel Melguizo, Angel Muñoz, David Tuesta and Joaquín Vial:** Pension reform and fiscal policy: some lessons from Chile.
- 09/16 **Alicia García-Herrero and Tuuli Koivu:** China's Exchange Rate Policy and Asian Trade.
- 09/17 **Alicia García-Herrero, K.C. Fung and Francis Ng:** Foreign Direct Investment in Cross-Border Infrastructure Projects.
- 09/18 **Alicia García Herrero y Daniel Santabárbara García:** Una valoración de la reforma del sistema bancario de China.
- 09/19 **C. Fung, Alicia García-Herrero and Alan Siu:** A Comparative Empirical Examination of Outward Direct Investment from Four Asian Economies: China, Japan, Republic of Korea and Taiwan.
- 09/20 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, Soledad Hormazábal, Ivonne Ordóñez, Carolina Romero y David Tuesta:** Un balance de la inversión de los fondos de pensiones en infraestructura: la experiencia en Latinoamérica.
- 09/21 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, Soledad Hormazábal, Ivonne Ordóñez, Carolina Romero y David Tuesta:** Proyecciones del impacto de los fondos de pensiones en la inversión en infraestructura y el crecimiento en Latinoamérica.
- 10/01 **Carlos Herrera:** Rentabilidad de largo plazo y tasas de reemplazo en el Sistema de Pensiones de México.
- 10/02 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, Soledad Hormazabal, Ivonne Ordóñez, Carolina Romero, David Tuesta and Alfonso Ugarte:** Projections of the Impact of Pension Funds on Investment in Infrastructure and Growth in Latin America.
- 10/03 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, Soledad Hormazabal, Ivonne Ordóñez, Carolina Romero, David Tuesta and Alfonso Ugarte:** A balance of Pension Fund Infrastructure Investments: The Experience in Latin America.
- 10/04 **Mónica Correa-López y Ana Cristina Mingorance-Arnáiz:** Demografía, Mercado de Trabajo y Tecnología: el Patrón de Crecimiento de Cataluña, 1978-2018.

- 10/05 **Soledad Hormazabal D.:** Gobierno Corporativo y Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP). El caso chileno.
- 10/06 **Soledad Hormazabal D.:** Corporate Governance and Pension Fund Administrators: The Chilean Case.
- 10/07 **Rafael Doménech y Juan Ramón García:** ¿Cómo Conseguir que Crezcan la Productividad y el Empleo, y Disminuya el Desequilibrio Exterior?
- 10/08 **Markus Brückner and Antonio Ciccone:** International Commodity Prices, Growth, and the Outbreak of Civil War in Sub-Saharan Africa.
- 10/09 **Antonio Ciccone and Marek Jarocinski:** Determinants of Economic Growth: Will Data Tell?
- 10/10 **Antonio Ciccone and Markus Brückner:** Rain and the Democratic Window of Opportunity.
- 10/11 **Eduardo Fuentes:** Incentivando la cotización voluntaria de los trabajadores independientes a los fondos de pensiones: una aproximación a partir del caso de Chile.
- 10/12 **Eduardo Fuentes:** Creating incentives for voluntary contributions to pension funds by independent workers: A primer based on the case of Chile.
- 10/13 **J. Andrés, J.E. Boscá, R. Doménech and J. Ferri:** Job Creation in Spain: Productivity Growth, Labour Market Reforms or both.
- 10/14 **Alicia García-Herrero:** Dynamic Provisioning: Some lessons from existing experiences.
- 10/15 **Arnoldo López Marmolejo and Fabrizio López-Gallo Dey:** Public and Private Liquidity Providers.
- 10/16 **Soledad Zignago:** Determinantes del comercio internacional en tiempos de crisis.
- 10/17 **Angel de la Fuente and José Emilio Boscá:** EU cohesion aid to Spain: a data set Part I: 2000-06 planning period.
- 10/18 **Angel de la Fuente:** Infrastructures and productivity: an updated survey.
- 10/19 **Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, David Tuesta y Javier Alonso:** Simulaciones de rentabilidades en la industria de pensiones privadas en el Perú.
- 10/20 **Jasmina Bjeletic, Carlos Herrera, David Tuesta and Javier Alonso:** Return Simulations in the Private Pensions Industry in Peru.
- 10/21 **Máximo Camacho and Rafael Doménech:** MICA-BBVA: A Factor Model of Economic and Financial Indicators for Short-term GDP Forecasting.
- 10/22 **Enestor Dos Santos and Soledad Zignago:** The impact of the emergence of China on Brazilian international trade.
- 10/23 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic y David Tuesta:** Elementos que justifican una comisión por saldo administrado en la industria de pensiones privadas en el Perú.
- 10/24 **Javier Alonso, Jasmina Bjeletic y David Tuesta:** Reasons to justify fees on assets in the Peruvian private pension sector.

10/25 **Mónica Correa-López, Agustín García Serrador and Cristina Mingorance-Arnáiz:** Product Market Competition and Inflation Dynamics: Evidence from a Panel of OECD Countries.

10/26 **Carlos A. Herrera:** Long-term returns and replacement rates in Mexico's pension system.

10/27 **Soledad Hormazábal:** Multifondos en el Sistema de Pensiones en Chile.

10/28 **Soledad Hormazábal:** Multi-funds in the Chilean Pension System.

10/29 **Javier Alonso, Carlos Herrera, María Claudia Llanes y David Tuesta:** Simulations of long-term returns and replacement rates in the Colombian pension system.

10/30 **Javier Alonso, Carlos Herrera, María Claudia Llanes y David Tuesta:** Simulaciones de rentabilidades de largo plazo y tasas de reemplazo en el sistema de pensiones de Colombia.

Los análisis, las opiniones y las conclusiones contenidas en este informe corresponden a los autores del mismo y no necesariamente al Grupo BBVA.

Podrá acceder a las publicaciones de BBVA Research a través de la siguiente web: <http://www.bbvarsearch.com>

Interesados dirigirse a:

**BBVA Research Latam**  
Pedro de Valdivia 100  
Providencia  
97120 Santiago de Chile  
Teléfono: + 56 26791000  
E-mail: [bbvaresearch@grupobbva.com](mailto:bbvaresearch@grupobbva.com)