

Documentos de Trabajo

Número 13/12

Proyecciones de tablas generacionales dinámicas y riesgo de longevidad en Chile

Madrid, 12 de Marzo de 2013

Análisis Económico

Proyecciones de tablas generacionales dinámicas y riesgo de longevidad en Chile

Javier Alonso y David Tuesta, Diego Torres, Begoña Villamide

07 Marzo 2013

Resumen

El incremento del riesgo de longevidad viene imponiendo retos importantes en las economías. Las industrias como la de seguros y pensiones, que se encuentran más directamente relacionadas a la gestión de los riesgos de vejez, han venido experimentando desde hace varios años efectos directos, lo que los ha llevado al desarrollo de técnicas enfocadas a la construcción de tablas de mortalidad, que les permita proyectar las tendencias futuras de la esperanza de vida al nacer y con ello reducir el nivel de incertidumbre que de manera natural incorpora este mercado. Los países desarrollados, han liderado las mejoras técnicas de estimación de estas tablas, situación que es llevada con bastante retraso en el caso de Latinoamérica. Sabiéndose que estas no logran todavía desarrollar tablas ponderadas por aspectos socio-médicos, se presume como muy probable que a la fecha continúen acumulando rezagos importantes. Es en ese sentido que el presente estudio busca estimar, a partir de modelos de proyección del tipo ARMAX (p,q) y de la metodología de Contrastes No Paramétricos, una proyección de tablas de mortalidad. Para ello el estudio toma el caso de Chile, que cuenta con mayor información para el desarrollo del modelo. Las estimaciones encuentran que las tablas de mortalidad oficiales en Chile podrían estar recogiendo rezagos importantes hacia el 2050, los que traerían importantes efectos negativos sobre la industria de pensiones y seguros, en el hipotético caso de no actualizarse. En otro ejercicio realizado, haciendo uso de la tabla de mortalidad estimada en este trabajo, se encuentra que, para que las pensiones en Chile no pierdan su capacidad adquisitiva, sería necesario incrementar la tasa de aportación en 8 puntos porcentuales en el caso de los hombres y en 4 puntos porcentuales en el caso de las mujeres. Considerando que el caso de Chile es el país en la región que tiene mejores desarrollos en lo que respecta a tablas de mortalidad, los efectos negativos en el resto de Latinoamérica podrían ser más preocupantes.

Palabras clave: Pensiones, seguros, Riesgo de longevidad, Tablas de mortalidad, Latinoamérica, Chile.

JEL: G23, J32, G22.

1. Introducción

Durante la segunda mitad del siglo pasado, el mundo empezó a manifestar de manera evidente cambios demográficos trascendentales que irían afectando la forma en que sus mercados laborales y de la propia economía en última instancia, irían a comportarse. Uno de estos cambios es el referido a la mayor longevidad en esperanza de vida que van alcanzando las poblaciones. Como parte de los avances en salud, nutrición, políticas de salubridad de los gobiernos y estilos de vida, la esperanza de vida se ha incrementado de manera sustancial. A comienzos del Siglo XX la esperanza de vida promedio, apenas superaba los 30 años, e incluso era menor a los 50 años en los colectivos de mayores ingresos (Prentice, 2006). Como consecuencia de los factores mencionados, este indicador promedio se incrementó a 48 años a mediados de siglo, y a la fecha se estima que supera los 66 años, con algunos países que sobrepasan los 80.

Si bien los datos promedio mencionados presentan todavía grandes contrastes cuando se comparan geográficamente, especialmente entre los países llamados desarrollados y los de menores ingresos, también es cierto que se observa un proceso de convergencia muy acelerado, en la medida que los avances mencionados se han venido expandiendo. Así, en los últimos 30 años el número de personas que han alcanzado los 60 años o más, se ha duplicado y se espera que se duplique nuevamente en el año 2050, cuando este grupo supere a la población menor a 14 años.

Esta transición hacia una realidad económica con poblaciones más longevas supone la imposición de retos importantes para la economía en su conjunto, aunque de manera más directa para aquellas industrias que han centrado su objetivo en la cobertura de los riesgos asociados a la vejez, como lo son las de Pensiones y Seguros. Este "riesgo" de vivir cada vez más, parece todavía no encontrar límites, lo que incorpora un elemento de incertidumbre al momento de enfocar adecuadamente la oferta. Un elemento clave al momento de diseñarse los productos de seguros para enfrentar el riesgo de inactividad en la vejez, y por tanto sus respectivos precios, es el contar con tablas de mortalidad bien diseñadas, cuyas proyecciones permitan brindar la mejor aproximación posible que equilibre las necesidades de compradores y vendedores.

Los países desarrollados fueron los primeros en observar las presiones de una sociedad más envejecida, que empezó a pasar factura sobre sus cuentas públicas, primero, y luego sobre las propias industrias privadas de seguros. No obstante la convergencia de los países en vías de desarrollo se ha acelerado. En los años 50s, la brecha entre la esperanza de vida al nacer entre estos dos grupos de países era de aproximadamente 20 años, mientras que en la actualidad se ha reducido a cerca de 5 años. En este contexto, los países más ricos, fueron los primeros en realizar innovaciones importantes en el desarrollo de tablas de mortalidad que fueran actualizándose permanentemente, e incluso los países más avanzados como Alemania, incorporan información de tipo socio-biomédica para incorporar mejores ajustes a sus estimaciones. En esta línea de avances, Latinoamérica ha ido más rezagada, y se podría decir que recién en la última década se han ido dando pasos en serio para mejorar las tablas, con la incorporación de tablas dinámicas, siendo Chile el que ha marcado este paso. Sin embargo, a pesar de ello existen importantes rezagos, producto de las metodologías que se vienen utilizando, que no pueden contemplar todo el abanico de factores que interactúan en las proyecciones de las tablas de mortalidad.

Con este objetivo, el presente trabajo incorpora un análisis econométrico para intentar captar la potencial brecha que arrojan las tablas de mortalidad actualmente utilizadas en Latinoamérica. Para ello nos enfocamos en el caso de Chile, país que cuenta con la mayor información disponible para realizar los cálculos. En general, los rezagos que se encuentran en el estudio, marcan de alguna manera los mayores retos que pudieran estar enfrentando otras tablas de mortalidad en la región, teniendo en cuenta que Chile es el país que ha venido trabajando con mayor seriedad y tiempo en esta temática.

Uno de los problemas que tienen los países latinoamericanos en general, y en particular Chile, es que no disponen de suficiente información pasada sobre su dinámica en materia de mortalidad para confeccionar tablas propias de largo plazo. Una manera de solventar esta dificultad es comparar la información disponible de las tablas de dichos países con las de otros con mejor información. Mediante unos test de igualdad de muestras, es posible identificar aquellos que mayores similitudes pueden ofrecer.

En nuestro caso, para el análisis de igualdad de muestras se utilizan contrastes no paramétricos que comparan el nivel de mortalidad (contraste de signos), la forma (contraste de rachas) y la existencia de un patrón similar entre ambas tablas (contraste χ^2). La aplicación de dichos contrastes nos permitiría contrastar qué país presenta unas tablas de mortalidad estadísticamente comparables a la chilena, con N años de atraso/adelanto. Adicionalmente, el trabajo incorpora la condición adicional de que la igualdad de las tablas debe ser estable y prolongada en el tiempo de manera que dicha igualdad no quede circunscrita a un episodio casual en el tiempo. En ese sentido, el trabajo proyecta las tasas de mortalidad de Chile utilizando modelos ARMAX (p,q) para cada una de las 101 edades y para cada uno de los sexos, en total 202 regresiones.

Como se verá en el desarrollo del estudio, se encuentran importantes diferencias entre las tablas oficiales y las que resultan de las estimaciones. Finalmente, el trabajo realiza un cálculo del impacto económico de la utilización de tablas de mortalidad no adecuadas.

Luego de esta introducción, el segundo capítulo revisa como Latinoamérica ha venido avanzando en el desarrollo de tablas de mortalidad. En la tercera sección, se discuten los diferentes tipos de metodologías de proyección de tablas de mortalidad. En el capítulo 4, se presentan las estimaciones realizadas para calcular las proyecciones de tablas de mortalidad para Chile y compararlas con las que se vienen utilizando actualmente. En la parte 5 se presentan los efectos económicos de utilizar tablas de mortalidad no adecuadas; y, finalmente en la última sección, se presentan las principales conclusiones del estudio.

2. Las tablas de mortalidad en Latinoamérica y el riesgo de longevidad

La demografía es la ciencia que tiene como objetivo el estudio de las poblaciones humanas, de sus características y de su dinámica. Los primeros trabajos con datos estadísticos demográficos corresponden a Ibn Jaldún (1332-1406). Sin embargo, esta ciencia comienza a tomar fuerza definitiva en el Reino Unido a partir de los trabajos de John Graunt en el siglo XVII y Robert Malthus en el XVIII.

La principal fuente de información de la demografía son los censos de población. Aunque los censos se han realizado en distintas culturas con una antigüedad de miles de años con el fin de facilitar el cobro de ingresos, los censos modernos surgen a principios del siglo XIX en algunos países europeos tales como el Reino Unido, Suecia, entre otros. En Latinoamérica, el principal programa de prospección censal surge cuando el Instituto Interamericano de Estadística (IASI, por sus siglas en inglés) lanza su Programa del Censo de las Américas (COTA) que sigue un buen número de países de la región en el año 1950. Este retraso en la disponibilidad estadística y en muchos casos, la necesidad de una mayor cualificación técnica de algunos especialistas en algunos países, ha marcado un cierto retraso en la disponibilidad de información necesaria para el desarrollo de ciencia actuarial, como son las tablas de mortalidad.

En el caso de Chile, hasta el 2004 se utilizaron las tablas de mortalidad RV-85 establecidas por la circular N° 656 de la Superintendencia de AFP1. Estas tablas fueron diseñadas

1: Para más detalle referirse a: <http://www.spensiones.cl/redirect/files/normativa/circulares/CAFP656.pdf>
<http://www.safp.cl/safpstats/stats/files/normativa/circulares/CAFP1314.pdf>, así como al comunicado de prensa:
http://www.svs.cl/comunicados/com_20041116-01.pdf.

originalmente para ser aplicadas a la población de EEUU, pero ajustadas con datos de la CELADE del censo de 1982.

Sin embargo, a partir del año 2000, las tablas RV-85 comenzaron a mostrar signos de desactualización para el cálculo de la esperanza de vida. Esta deficiencia promovió que la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones y la Superintendencia de Valores y Seguros construyesen las tablas de mortalidad RV-2004. Estas nuevas tablas actualizaron el cálculo de las prestaciones de retiro programado y rentas vitalicias utilizando datos de pensionados por vejez del periodo 1995-2003, inclusive. En ellas, mediante técnicas de ajuste y graduación, se determinan las probabilidades de longevidad de los posibles jubilados. Lo más reseñable es que las tablas RV-2004 mostraron que las estimaciones del RV-85 estaban subestimando la esperanza de vida. Por ejemplo, la esperanza de vida de las mujeres de 60 años aumentaba hasta en 3,06 años con las nuevas tablas. En el caso de los hombres el error era menor, alrededor de 0,51 años inferior a la realidad.

Colombia estuvo utilizando la misma tabla de mortalidad de rentistas desde 1994 (RV89 sobre la experiencia del año 89). En el año 2000, la Superintendencia Bancaria de Colombia, a través de su circular 071/20002 solicitó a las entidades información referente a la mortalidad de activos, de rentistas, de inválidos y de invalidez, con el fin de elaborar tablas de mortalidad actuales. Como resultado del análisis de estos datos, se mostró que era necesaria la actualización de dichas tablas, dictándose en el año 2010 la resolución 1555/20103 que reemplazaba el RV89 por las tablas RV08.

Al igual que en el caso chileno, la actualización de tablas en Colombia reveló que las esperanzas de vida estaban subestimadas. Los cálculos con RV08 daban una esperanza de vida para las mujeres a la edad de 60 de 27 años, mientras que los cálculos del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) rondaban los 22, una diferencia de 5 años. Para el caso de los hombres la diferencia era menor, alcanzando los 3,3 años.

Perú ha utilizado desde 1993 las tablas Chilenas RV85, sólo después de 13 años, en el 2006, la resolución 354/2006 aprobó la utilización de las tablas de mortalidad RV-2004 chilenas modificadas. Más recientemente, la resolución 17728/2010 incluyó como obligatoria la utilización de tablas RV-2004 modificadas y ajustadas a la experiencia peruana⁴.

Las tablas de mortalidad utilizadas para el cálculo de las Rentas Vitalicias derivadas de la seguridad social en México, son elaboradas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, órgano regulador y supervisor de las aseguradoras de pensiones. De 1997 a 2008 se utilizaron las tablas de mortalidad denominadas EMSSA 97 (Experiencia Mexicana Seguridad Social Activos), basadas en un estudio de proyección de mortalidad elaborado por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) para el periodo 1990 - 2030, las cuales eran tablas diferenciadas por sexo, pero no consideraban mejoras en la mortalidad.

En 2007 se realizó un análisis estadístico de la mortalidad observada de los pensionados por rentas vitalicias en el periodo 1997-2006, observándose una supervivencia mayor a la prevista, por lo que a partir de 2009 se decidió adoptar las tablas de mortalidad dinámicas denominadas EMSSA 2009, las cuales consideran mejoras en la esperanza de vida proyectada para los próximos años, de acuerdo a las tendencias demográficas de una mayor longevidad, con base en el estudio de proyección de la mortalidad en México para el periodo 2005 - 2050 elaborado por CONAPO.

En el Gráfico Nº 1, se resumen las diferentes metodologías para calcular las tablas de mortalidad en Chile, Perú, Colombia y México, observándose el mejor posicionamiento de las tablas chilenas y colombianas, teniendo en cuenta un "benchmark" ideal con metodologías de tablas basadas en aspectos socio-biomédicos, que asegurarían una mejor aproximación de la esperanza de vida y sus futuras transiciones.

2: Para más detalle referirse a la circular 071/2000:

<http://www.superfinanciera.gov.co/Normativa/PrincipalesPublicaciones/boletinminhda/2000/548-1000/ce071.rtf>

3: http://www.superfinanciera.gov.co/NormativaFinanciera/Archivos/r1555_10.doc

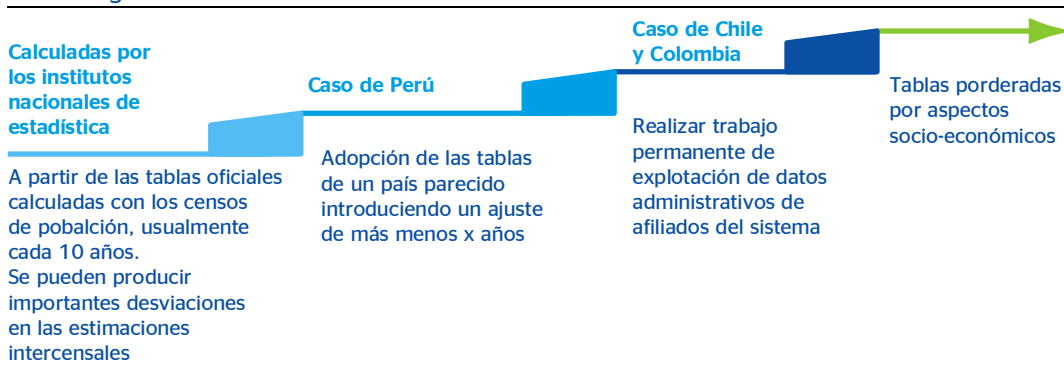
4: Para más detalles referirse a las resoluciones:

<http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/0309-1993.R.PDF>

<http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/0354-2006.R.PDF>

<http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/17728-2010.R.PDF>

Gráfico 1
Metodologías de cálculo de mortalidad en Latinoamérica a la edad de 65 años



Fuente: BBVA Research

3. Metodologías de proyección de las tablas de mortalidad

Los primeros trabajos de proyección de la mortalidad pueden datarse hacia 1875, cuando el astrónomo suizo H. Gylden ajustó una línea recta a una secuencia de tasas de mortalidad generales de la población suiza para el período 1750-1870 y luego la extrapolaró a modo de proyección (Pitacco et al, 2009). Siguiendo la clasificación de modelos utilizada por Camarda (2008), podemos identificar, principalmente, los modelos paramétricos y los no paramétricos.

3.1 Modelos para la proyección de tablas de mortalidad

A continuación pasaremos a describir brevemente cada uno de los modelos utilizados para proyectar las tablas de mortalidad. Sin embargo, previamente debemos definir algunas medidas de mortalidad generales que serán utilizadas posteriormente:

Definiremos a X como una variable aleatoria no negativa y continua que describe el tiempo de vida futuro de los individuos. Tres funciones caracterizan y describen la distribución de X: la función de densidad probabilística, la función de supervivencia y las tasas de riesgo (o tasas instantáneas de mortalidad).

La función de supervivencia se define como la probabilidad de que un individuo sobreviva más allá de X años, en fórmula:

Ecuación 1

$$S(x) = \Pr(X > x) = \int_x^{\infty} f(t) dt$$

La Ecuación 1 es a su vez el complemento de la función de distribución acumulativa, es decir:

Ecuación 2

$$S(x) = 1 - F(x)$$

Utilizando Ecuación 1 y Ecuación 2 tenemos que

Ecuación 3

$$f(x) = -S'(x)$$

Otra función fundamental es la "función de riesgo", es una función que mide la probabilidad de que a un individuo le ocurra cierto suceso a lo largo del tiempo; en nuestro caso es la probabilidad de que un individuo muera.

La probabilidad de que un individuo mayor de 35 años no sobrepase la edad de 75 años está dada por la siguiente probabilidad condicional:

$$\Pr(35 < X \leq 75 | X > 35) = \frac{F(75) - F(35)}{S(35)}$$

En términos generales, la probabilidad puntual (función de riesgo) es el límite de la probabilidad condicional cuando el intervalo se hace infinitesimalmente pequeño, es decir:

Ecuación 4

$$h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Pr(x < X \leq x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{S(x)} \right) = \frac{f(x)}{S(x)} = -\frac{d \ln S(x)}{dx}$$

La última igualdad se da utilizando la Ecuación 3 y la regla de derivación para funciones logarítmicas.

Utilizando la Ecuación 4 podemos derivar una identidad que relaciona la función de supervivencia $S(x)$ con la función de riesgo $h(x)$

Ecuación 5

$$\begin{aligned} h(x) = -\frac{d \ln S(x)}{dx} &\Leftrightarrow -\int h(u) du = \int \frac{d \ln S(u)}{du} du \\ \Leftrightarrow -\int h(u) du = \ln S(x) &\Leftrightarrow \exp\left[-\int h(u) du\right] = S(x) \end{aligned}$$

$$S(x) = \exp [-H(x)]$$

A la ecuación $H(x) = \int h(u) du$ se la denomina función de riesgo acumulativa.

A continuación pasamos a describir cada uno de los modelos, empezando por los paramétricos:

3.2 Modelos paramétricos

3.2.1 Modelos basados en la edad

Gompertz (1825): Gompertz fue uno de los primeros en modelar la mortalidad como una tasa de riesgo. Observó que en el rango de edad de 30 a 80 años, el riesgo de mortalidad aumentaba exponencialmente al transcurrir los años de vida, por este motivo sugirió que la tasa de riesgo sea modelizada de la siguiente forma:

$$h(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$$

Donde x es la edad del individuo con relación a una edad base, $a > 0$ es la tasa de mortalidad a la edad "0", generalmente 30 años, y $b > 0$ es la tasa de incremento de la mortalidad por cada año más de vida.

Utilizando la Ecuación 3 y la Ecuación 5 podemos derivar la función de densidad para la distribución de Gompertz

Ecuación 6

$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x} \exp\left[-\int_0^x a \cdot e^{b \cdot u} du\right] = a \cdot e^{b \cdot x} \exp\left[-\left(\frac{a(e^{b \cdot x} - 1)}{b}\right)\right]$$

Ecuación 1

$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x} \exp\left[\left(\frac{a(1 - e^{b \cdot x})}{b}\right)\right]$$

Makeham (1860): Makeham amplió la ecuación de Gompertz al incluir una constante que absorba el riesgo de mortalidad que es independiente a la edad:

$$h(x) = c + a \cdot e^{b \cdot x}$$

En este caso también, siguiendo el mismo procedimiento anterior, podemos derivar la función de densidad de probabilidad:

Ecuación 8

$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x} \exp\left[\left(-cx + \frac{a(1 - e^{b \cdot x})}{b}\right)\right]$$

Este modelo, al igual que el de Gompertz, sólo modelan la mortalidad para edades adultas; los modelos presentados a continuación tratan de modelar las peculiaridades de todas las edades, es decir, altas tasas de mortalidad infantil, disminuyendo drásticamente en los primeros años, aspecto de joroba para las edades de juventud-adulthood, y un repunte nuevamente a partir de los 80 años.

Los modelos Perks (1932), Thatcher (1999)

Los modelos logísticos han sido uno de los principales modelos que se han propuesto para describir el comportamiento de las tasas de mortalidad de las edades de 80 y más años. Perks fue el primero en proponer una modificación funcional del tipo logística a los modelos de Gompertz-Makeham. La ecuación modificada es:

Ecuación 9

$$h(x) = c + \frac{a \cdot e^{b \cdot x}}{1 + \alpha e^{b \cdot x}}$$

Como podemos observar esta función engloba la de Makeham (cuando $\alpha = 0$) y la de Gompertz (cuando $\alpha = 0$ y $c = 0$). El modelo propuesto de Thatcher es similar al de Perks.

3.2.2 Modelos que describen el comportamiento de todas las edades

Heligman and Pollard (1980) han derivado un modelo que trata de describir el comportamiento de la tasa de mortalidad en todos los grupos de edad:

Ecuación 10

$$h(x) = A^{(x+B)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{1 + GH^x}$$

Donde A, B, ..., H son parámetros del modelo. Esta parametrización dificulta su estimación y además es difícil de darle un significado a los parámetros estimados.

Siler (1983) propuso un modelo que integra 3 modelos de mortalidad para describir el comportamiento de todos los grupos de edad con 5 parámetros. Anson (1988) propuso un polinomio de quinto grado para representar las tasas de riesgo de mortalidad de los humanos.

3.2.3 Modelos basados en la edad y el tiempo

Los modelos anteriores sólo capturaban el hecho que la tasa de mortalidad va cambiando a lo largo de las edades. En esta sección, comentaremos los modelos que se han desarrollado para incluir la dinámica temporal de las tasas de mortalidad

3.2.3.1 Modelos relacionales

Estos modelos relacionan una tasa de mortalidad de referencia (estándar), por ejemplo la obtenida con el modelo de Gompertz, con la tasa de mortalidad de la población del tiempo "t" y una edad determinada.

Hlmes et al. (1994) propuso un modelo relacional del tipo:

$$Y_t(x) = \delta + \sum_x \beta_x I_x + \sum_t \gamma_t J_t$$

Donde $Y_j(x)$ es la transformación logística de las tasas de mortalidad para cada edad x, δ es el componente de mortalidad independiente de la edad y del tiempo, I_x es una variable Dummy para la edad x, J_t es una variable dummy para el año analizado. β_x es la tasa de mortalidad que es específica de la edad e independiente del avance del tiempo, γ_t es la tasa de mortalidad correspondiente al tiempo (podría considerarse como el avance en cuestiones de salud).

3.2.3.2 Modelo de Edad-Tiempo-Cohorte (EPC)

Estos modelos se desarrollaron con el objetivo de separar los cambios en la tasa de mortalidad debidos a las tres coordenadas demográficas - edad, tiempo y cohorte -.

Matemáticamente este modelo sugiere que el logaritmo natural de las tasas de mortalidad puede ser representado de la siguiente forma:

Ecuación 2

$$\underbrace{\ln(m_{xt})}_{\text{Logaritmo natural Tasa de Mortalidad}} = \underbrace{\alpha_x}_{\text{Efecto edad}} + \underbrace{\beta_t}_{\text{Efecto tendencia temporal}} + \underbrace{\lambda_c}_{\text{Efecto Cohorte}} + \underbrace{\varepsilon_{xt}}_{\text{Efecto edad y tiempo}}$$

$$x = 1, \dots, m$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$c = 1, \dots, m + T - 1$$

El inconveniente con este modelo es que del total de parámetros a estimar $2m+2n-1$ (es decir m parámetros para la edad, más T parámetros para el tiempo y $m+T-1$ parámetros para los cohortes), sólo son identificables $2m+2n-4$ (es decir, cuando estimo $m-1$ parámetros de la edad, el m lo puedo obtener como una combinación lineal de las demás, lo mismo para el tiempo y el cohorte, con lo cual tenemos que 3 parámetros son combinaciones lineales de los anteriores).

3.2.3.3 .Modelo Lee-Carter

Lee and Carter (1992) redujeron la complejidad del Modelo ETC presentado anteriormente transformándolo a bilinear (es decir, añadiendo una interacción multiplicativa entre las dimensiones demográficas que afectan a la mortalidad).

Ecuación 3

$$\ln(m_{xt}) = \alpha_x + \beta_x \lambda_t + \varepsilon_{xt}$$

$$x = 1, \dots, m$$

$$t = 1, \dots, T$$

La varianza de ε_{xt} se asume constante para todas las edades y periodos (este supuesto es relajado en algunas variantes de este modelo).

Este modelo requiere restricciones adicionales para poder ser estimado. Comúnmente se impone que $\alpha_x = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T \ln(m_{xt})$. con lo cual centramos el modelo en las tasas de mortalidad promedio del periodo analizado. Utilizando esta restricción se interpreta que las β_x representan el efecto fijo de las edades o las desviaciones con respecto a la media observada del periodo. λ_t es un índice de mortalidad que varía con el transcurso del tiempo.

Este es uno de los modelos más utilizados para diversos fines demográficos y es considerado como el modelo estándar para modelizar y predecir las tasas de mortalidad.

Lo atractivo del modelo es que el índice de mortalidad obtenido λ_t resume la tendencia "global". El procedimiento utilizado para la proyección es la siguiente:

1. Estimar α_x , β_x y λ_t
2. Modelar λ_t como un proceso ARIMA
3. Con el modelo ARIMA estimado, proyectar los valores de λ_t
4. Utilizar los valores estimados de α_x y β_x en conjunto con las proyecciones de λ_t para obtener las tasas de mortalidad proyectadas.

Como veremos en la siguiente sección nuestro modelo podría ser catalogado dentro de este último grupo (modelos paramétricos edad-tiempo).

4. Descripción de metodología aplicada en el estudio

Para los ejercicios de proyección de las tasas de mortalidad se estimaron modelos ARMAX(p,q) para cada una de las 101 edades y para cada uno de los sexos, en total 202 regresiones ARMAX(p,q):

Ecuación 4

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) u_t + \alpha + \beta t + \lambda t^2 + \delta t^3$$

Donde y_t representa el logaritmo neperiano de la tasa de mortalidad para la población de una determinada edad y sexo, B es el operador de retardos ($By_t = y_{t-1}$), t representa la tendencia temporal y u_t es la parte no captada por el modelo ARMAX, asumimos que u_t es débilmente estacionario, es decir, la media independiente del tiempo e igual a cero y las autocovarianzas de orden s sólo vienen afectadas por el lapso de tiempo transcurrido entre los periodos y no dependen del tiempo.

En palabras simples, estamos asumiendo que existe una dinámica que puede ser estimada, la cual consta de dos partes: 1) una tendencia determinista que puede ser aproximada por una ecuación matemática y 2) una tendencia estocástica cuya trayectoria es influenciada por los propios valores pasados de la tasa de mortalidad y las innovaciones del presente y del pasado.

La primera parte de esta dinámica (tendencia determinista) es la considerada en el modelo ARMAX como la variable explicativa exógena (X), mientras que la segunda "tendencia estocástica" es la que modelaremos con un modelo autorregresivo y de medias móviles.

Lo descrito en los dos párrafos anteriores lo podemos ver en términos algebraicos.

Despejando la Ecuación 11 y realizando manipulaciones básicas de algebra obtendremos la variación de la tasa de mortalidad (Δy_t):

$$y_t = (\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p}) + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) u_t + \alpha + \beta t + \lambda t^2 + \delta t^3$$

$$y_{t-1} = (\phi_1 y_{t-2} + \phi_2 y_{t-3} + \dots + \phi_p y_{t-p-1}) + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) u_{t-1} + \alpha + \beta(t-1) + \lambda(t-1)^2 + \delta(t-1)^3$$

$$\underbrace{\Delta y_{t-1}}_{\substack{\text{Variación} \\ \text{tasa de} \\ \text{mortalidad}}} = \underbrace{(\phi_1 \Delta y_{t-1} + \phi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \phi_p \Delta y_{t-p}) + (\Delta u_t + \theta_1 \Delta u_{t-1} + \theta_2 \Delta u_{t-2} + \dots + \theta_q \Delta u_{t-p})}_{\text{Tendencia estocástica}} + \underbrace{(\beta + \lambda(2t-1) + \delta(3t^2 - 3t + 1))}_{\text{Tendencia determinista}}$$

Para la estimación de la tendencia determinista no imponemos una forma funcional específica sino que seleccionamos aquella que mejor ajuste a los datos (probamos dentro del conjunto de ecuaciones lineales, cuadráticas y cúbicas). Esta selección se realiza aplicando un criterio de información de Schwarz, el cual es consistente, es decir, para muestras grandes tenderá a seleccionar el modelo correcto si se dan los supuestos asumidos.

Algebraicamente el criterio de Schwarz es:

Ecuación 14

$$SBIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + (k/T) \ln T$$

Sin embargo, para efectos del cálculo utilizamos una fórmula equivalente

Ecuación 15

$$SBIC = \ln \left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_t \right) + \frac{k}{T} \ln T$$

La ecuación 15 se obtiene utilizando el hecho que $E(u_t) = 0$ lo que implica que $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}{T}$, además como para todos los modelos analizados T es una constante, sólo variamos k , minimizar la ecuación 15 es equivalente a minimizar la ecuación 14,

4.1 Contrastes no paramétricos. Test de igualdad de muestras. El caso Chileno

Como habíamos comentado, cuando un país determinado no dispone de información fiable sobre tablas de mortalidad, puede adoptar como propias las elaboradas por otro país, bajo el supuesto de que ambas poblaciones son semejantes. Las diferencias de esperanza de vida se pueden ajustar adelantando/retrasando los años con los que se compara la mortalidad presente de dicho país.

En el caso Chileno esta metodología no tendría sentido para calcular las tablas de mortalidad actuales debido a que dicho país ya posee tablas propias (RV2004 y RV2009) que se han realizado con un esfuerzo técnico muy importante. Sin embargo, las RV04 y RV09, que se actualizan cada cinco años, no disponen de un historial estadístico suficiente para poder proyectar los factores de mejora pertinentes en el largo plazo.

El objetivo entonces es el de proyectar las tablas de mortalidad Chilena para medir el riesgo de longevidad que se podría estar corriendo en el futuro. Para ello, compararemos las tablas de mortalidad actuales de Chile con los países que disponen de tablas con suficiente calidad y periodicidad de información para que, bajo determinados criterios de igualdad de muestras, proyectando las tablas de dicho país, pudiéramos obtener las chilenas.

Para establecer el criterio que nos permitiría afirmar que dos tablas de mortalidad de dos países diferentes son estadísticamente iguales, existe un método clásico de comparación de tablas de mortalidad asociadas a distintas experiencias propuesto por Forfar et al (1988). Dichos autores proponen unos contrastes no paramétricos que comparan el nivel de mortalidad (contraste de signos), la forma (contraste de rachas) y la existencia de que un patrón similar entre ambas tablas (contraste χ^2). La aplicación de dichos contrastes nos permitiría contrastar qué país presenta unas tablas de mortalidad estadísticamente comparable a la chilena, con N años de atraso/adelanto.

Adicionalmente, nosotros aplicamos una condición adicional; la igualdad de las tablas deben ser estables y prolongadas en el tiempo de manera que dicha igualdad no quede circunscrita a un episodio casual en el tiempo.

A partir de las experiencias de mortalidad de Chile (TCH) y la del país comparativo (TPC), para las que se dispone de las series de supervivientes R_x^{TCH} y R_x^{TPC} a la edad x , y donde los fallecidos totales a la edad x serían $A_x = A_x^{TCH} + A_x^{TPC}$. Las probabilidades de muerte serían por tanto $q_x^{TCH} = \frac{A_x^{TCH}}{R_x^{TCH}}$ y $q_x^{TPC} = \frac{A_x^{TPC}}{R_x^{TPC}}$ respectivamente.

A efectos de aplicación de los contrastes no paramétricos, comenzaremos por definir, por una parte, la hipótesis nula y, por otra parte, la hipótesis alternativa. Así, la hipótesis nula plantea que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo (TCH) y la mortalidad del país comparativo (TCP) (es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones se debe a muestreo o al azar). La hipótesis alternativa es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Así pues, si se rechaza, significa que los datos no provienen de la misma población. En este trabajo, hemos elegido un nivel determinado de significación de 0.05, a una o dos colas, según se indique.

La forma estadística concreta de contraste se selecciona en función de cada contraste. La mayoría de los contrastes utilizados se basan en la hipótesis de que el número de fallecidos a

cada edad x A_x , se puede aproximar a una distribución normal, para $A_x \geq 5$, lo que puede no ocurrir para edades extremas. En caso de que esto no ocurra, se deben agrupar las edades hasta que la hipótesis se verifique. Por esta razón, se han agrupado los datos para edades $X \geq 84$.

Una vez determinado el estadístico de contraste, se formula la regla de decisión. Ello implica determinar un número que separa la región donde no se rechaza H_0 de la región de rechazo. Este número se denomina valor crítico y se determina utilizando la distribución de probabilidad asociada al estadístico de contraste, así como el nivel de significación.

La regla de decisión es que no se rechaza si el valor calculado del estadístico de contraste es menor que el valor crítico. En esencia, dicha regla indica que si existen grandes diferencias entre ambas experiencias de mortalidad, la hipótesis nula H_0 debe ser rechazada. Caso contrario, no se rechaza la hipótesis.

4.1.1 Contraste de signos

En este contraste, se calcula la diferencia entre las probabilidades de muerte a la edad x , $q_x^{TCH} - q_x^{TPC}$ para cada una de las poblaciones TCH y TPC .

La hipótesis nula H_0 es que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo TCH (mortalidad de la población chilena) y la mortalidad del grupo del país comparativo (TPC). En otras palabras, que cualquier diferencia en términos de nivel de mortalidad de las poblaciones comparadas se debe a muestreo.

La hipótesis alternativa es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Si se rechaza H_0 , significa que los datos no provienen de la misma población.

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se elige un nivel de significación. En nuestro caso se seleccionó un nivel de significación de 0.05 a dos colas.

Se elige como estadístico de contraste el número de signos positivos (NP). Bajo la hipótesis de que sea verdadera, las diferencias tendrán igual probabilidad ($p=50\%$) de ser positivas o negativas. Entonces NP sigue una distribución binomial de parámetros N , donde en nuestro caso N es el número de clases de edad y $p=50\%$:

$$P(NP = r) = \frac{N!}{r!(N-r)!} \frac{1}{2^N}, \quad r = 0, 1, 2 \dots N$$

$$E[NP] = \frac{N}{2} \quad y \quad V[NP] = \frac{N}{4}$$

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación del 5%, y se rechaza H_0 si $P(NP = r) \leq 0,025$ o si $P(NP = r) \geq 0,025$. En otras palabras, se rechaza la hipótesis de que la mortalidad de ambas poblaciones sea similar para valores muy bajos o muy alto de signos positivos.

4.1.2 Contraste de rachas

En este contraste, la hipótesis nula H_0 establece que no existe diferencia en la forma de la tabla de mortalidad del grupo TCH y la mortalidad del grupo TPC (es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones de debe a muestreo). Por su parte, la hipótesis alternativa H_1 establece que sí existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. De esta forma, si se rechaza, significa que los datos no provienen de la misma población.

En este contraste también se calcula la diferencia entre las probabilidades de muerte a la edad x $q_x^{TCH} - q_x^{TPC}$, para cada una de las poblaciones TCH y TPC y se verifica si los signos de la diferencia son positivos o negativos.

Sea n_1 el número de signos positivos y n_2 el número de signos negativos, con $n_1 + n_2 = N$. El estadístico de contraste elegido es el número de agrupaciones con una o más desviaciones consecutivas del mismo signo (NR), que se puede expresar como:

Si $r=2k$ (si es par):

$$P(NR = r) = \frac{2(n_1 - 1)!}{(k - 1)! (n_1 - k)!} \frac{(n_2 - 1)!}{(k - 1)! (n_2 - k)!} \frac{n_1! n_2!}{N!}$$

Si $r=2k+1$ (si es impar):

$$P(NR = r) = \frac{(n_1 - 1)!}{(k - 1)! (n_1 - k)!} \frac{(n_2 - 1)!}{k! (n_2 - 1 - k)!} \frac{n_1! n_2!}{N!} + \frac{(n_1 - 1)!}{k! (n_1 - k - 1)!} \frac{(n_2 - 1)!}{(k - 1)! (n_2 - k)!} \frac{n_1! n_2!}{N!}$$

El número medio de rachas viene determinado por:

$$E[NR] = \frac{2n_1 n_2}{N} + 1$$

Y su varianza es:

$$Var[NR] = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - N)}{N^2 (N - 1)}$$

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación de 5%, y se rechaza H_0 si $P(NP = r) \leq 0,025$ o si $P(NP = r \geq 0,025)$.

4.1.2 El contraste χ^2

En este contraste la hipótesis nula H_0 establece que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo TCH y la mortalidad del grupo TPC (es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones de debe a muestreo). La hipótesis alternativa H_1 es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Si se rechaza H_0 , significa que los datos no provienen de la misma población.

A efectos de aplicación del contraste del chi-cuadrado, se calculan los siguientes ratios:

$$Z_X^{TCH} = \frac{A_X^{TCH} - R_X^{TCH} q_x}{\sqrt{R_X^{TCH} p_x q_x}} \quad \text{y} \quad Z_X^{TPC} = \frac{A_X^{TPC} - R_X^{TPC} q_x}{\sqrt{R_X^{TPC} p_x q_x}}$$

El estadístico de contraste viene dado por la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \Sigma[(Z_X^{TCH})^2 + (Z_X^{TPC})^2]$$

Si H_0 es verdadera, el estadístico de contraste χ^2 sigue una distribución de chi-cuadrado con N grados de libertad. A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación de 5%, y por tanto, se rechaza H_0 si $\chi^2 \geq 0.05$.

4.2 Los datos

La información más amplia sobre tablas de mortalidad disponible es la recogida en la Human Mortality Database (HMD). La HMD5 constituye un esfuerzo conjunto entre el departamento de demografía de la Universidad de Berkeley y el Max Plank Institute for Demographic Research para elaborar y compilar datos detallados de población y mortalidad disponibles para el conjunto de la comunidad científica. Actualmente existe información para 37 países, entre ellos Chile. Wilmoth et al (2007) ofrecen una amplia y detallada descripción de la metodología empleada en esta base de datos.

Según Canudas-Romo (2008), la serie histórica de mortalidad de Chile incluidos en la base de datos de mortalidad humana de (HMD) cubre el período comprendido entre 1992 a 2005. Según el autor, las principales razones para restringir la serie HMD para el período desde el año 1992 son que sólo los dos últimos censos de 1992 y 2002, muestran que la información incorrecta de edad se sitúa por debajo del 3%, y que durante este período, al menos el 90% de las muertes fueron certificadas por un médico.

Los resultados

Comparando las tablas de Chile de 1992 a 2005 con la de 22 países⁶ de la base de datos sobre los cuales existe suficiente información histórica para poder realizar proyecciones econométricas, hemos obtenido resultados que permitirían proyectar el caso chileno a largo plazo. En la tabla Nº 1, se exponen los países en los que se observa que no se rechaza la hipótesis de igualdad para los tres tipos de test propuestos (signos, rachas y Chi). Sin embargo, dichos países incumplirían una condición adicional que nos hemos auto impuesto; que la relación de igualdad en las tablas fuera estable en el tiempo y que cubriera un número de años suficientes. Los únicos países que cumplirían esta última condición serían los casos de **Nueva Zelanda**, en el caso de los varones, y **Austria** en el caso de las mujeres. Las tablas generacionales dinámicas de Chile son equivalentes a Austria -4 años en los varones y a Nueva Zelanda -6 años en las mujeres.

Tabla 1
Test no paramétrico para identificar similitudes a la edad de 65 años

Varones /Austria														
	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	
Signos	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
Rachas	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	
Chi	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Chile	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
Mujeres Nueva Zelanda														
	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Signos	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
Rachas	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Chi	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
Chile	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007

1=Se acepta la hipótesis nula de igualdad de muestras.
0=Se rechaza la hipótesis nula de igualdad de muestras.
Fuente: BBVA Research

La relación de largo plazo testada en función de los datos disponibles muestran que para el período 1992-2004 en los varones y 1994 a 2007 en el caso de las mujeres, se encuentra que en la mayoría de los casos (1 en color verde en la tabla Nº 1 anterior), los tres test son significativos y no rechazan la hipótesis de igualdad de muestras. Solo en algunos pocos casos (0 en blanco), se rechaza la hipótesis de igualdad en alguno de los tests. Una prueba de la

5: (<http://www.mortality.org/>)

6 Los países para los que hemos realizado los test de igualdad de muestras son: España, Dinamarca, Eslovenia, Portugal, Finlandia, Irlanda, Reino Unido, Alemania, Bélgica, Nueva Zelanda, Holanda, Austria, Noruega, Canadá, Israel, Suecia, Australia, Francia, Islandia, Italia, Suiza y Japón.

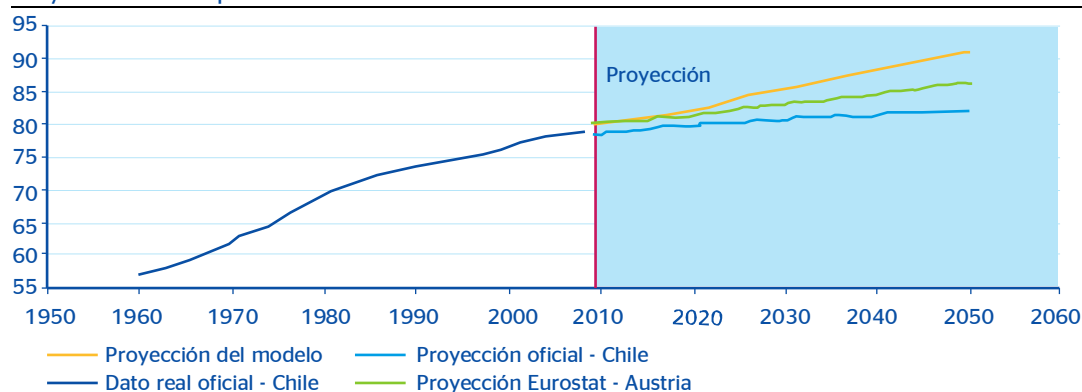
robustez es que el test más potente estadísticamente hablando (chi), solamente no se cumple en el caso de las mujeres del año 1993.

Las tablas generacionales de Austria y Nueva Zelanda están disponibles desde 1948, con lo que nos permite realizar los análisis econométricos oportunos para proyectar las tablas de dichos países a largo plazo t, y por tanto, las de Chile, con su correspondiente retardo según sexo.

Sus proyecciones a partir del modelo ARMAX por edades puntuales, nos ofrece una esperanza de vida de 90,91 años en 2050 mientras que el INE de Chile proyecta una esperanza de vida al nacer de 82,14 años (ver Gráfico N° 2).

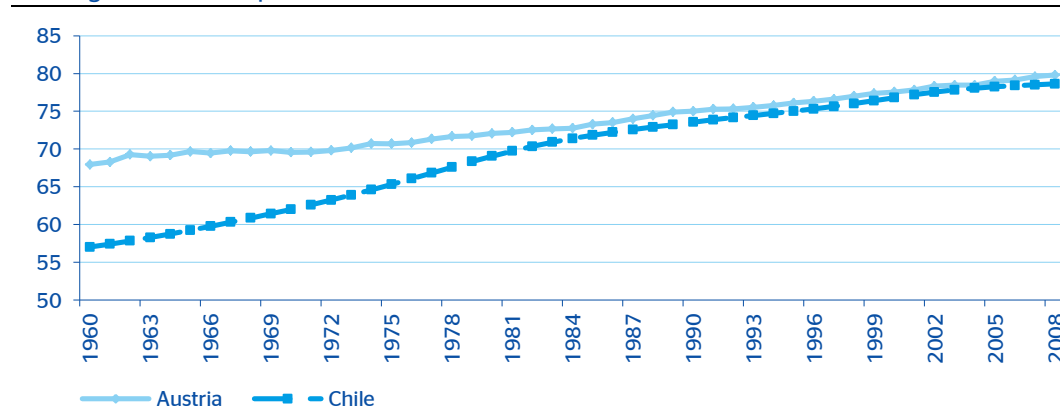
Si tomamos las estimaciones oficiales del INE (82,14) y la comparamos con las estimaciones de Eurostat para el caso de Austria (86,5) nos llama la atención que las esperanzas de vida de Chile y Austria divergen en aproximadamente 4 años, contrario a lo que uno esperaría dada la tendencia histórica de estos dos países. En efecto, uno puede observar en el Gráfico N° 3 que a partir de 1985, el diferencial entre las proyecciones de esperanzas de vida de Austria y Chile se ha mantenido relativamente constante en torno a los 1,6 años de media hasta el año 2008.

Gráfico 2
Proyecciones de esperanza de vida a la edad de 65 años



Fuente: BBVA Research

Gráfico 3
Convergencia de las esperanzas de vida



Fuente: www.mortality.org

En resumidas cuentas, las proyecciones del INE de Chile estarían mostrando una divergencia de la esperanza de vida de Chile y Austria hacia 2050, que es contraria a la evidencia empírica observada en los últimos 50 años, tanto en la proyección realizada por Eurostat, como la realizada en este trabajo. Estas discrepancias y la amplitud de la desviación puede generar incertidumbre tanto en la industria de seguros para el cálculo de las rentas vitalicias como en la

posible insuficiencia de las tasas de aporte para alcanzar una tasa de sustitución adecuada para los futuros pensionistas debido a una esperanza de vida infraestimada.

5. Impacto económico de la utilización de tablas de mortalidad no adecuadas

Una renta vitalicia es un seguro por el cual, a cambio de una prima, una Compañía de Seguros garantiza al asegurado (y fallecido éste, a sus beneficiarios) el pago de una renta periódica hasta la caducidad de los derechos. Esa renta que pagará la Compañía de Seguros incluye el pago de un tipo de interés llamado tipo técnico. Llegado el momento de la jubilación, el afiliado transfiere el capital acumulado en la cuenta de capitalización individual a una Compañía de Seguros y ésta es la que asume los riesgos financieros y de longevidad asociados a dicho producto.

Las variables fundamentales del negocio de rentas vitalicias son, por un lado, las variables financieras, los tipos de interés y por otro, la evolución de la mortalidad y en particular, el riesgo de longevidad. La Compañía de Seguros garantiza un tipo de interés a lo largo de la vida del seguro. Por tanto, desde el punto de vista financiero, la Compañía de Seguros necesita poder invertir los recursos en activos financieros que puedan garantizar el compromiso asumido con el asegurado.

El horizonte temporal de la operación es a su vez incierto, y depende fundamentalmente de la esperanza de vida del asegurado. Si la esperanza de vida de una población aumenta respecto a la expectativa de vida considerada en el momento de la tarificación del producto, conllevará una pérdida para la Compañía por tener que pagar más mensualidades de las que se habían considerado. Por tanto, para la viabilidad del negocio de rentas vitalicias, será fundamental tener en cuenta cómo evolucionan las variables subyacentes, ya que una evolución desfavorable de alguna de ellas derivará en que la tarifa cobrada sea insuficiente en determinado momento del tiempo.

Para la tarificación de rentas vitalicias es fundamental determinar las variables fundamentales del producto. Esto pasa por definir las bases biométricas, es decir, cómo se va a comportar la mortalidad de la población y qué tipo de interés se va a garantizar. A continuación se analiza en detalle cómo se tarifica una renta vitalicia, cómo afecta a dicha tarificación variaciones de las variables subyacentes, principalmente, variaciones en la mortalidad.

5.1 Tarificación de rentas vitalicias

Sea q_x , la probabilidad de morir a la edad x , se define la probabilidad de morir en años sucesivos como q_{x+1} , q_{x+2} , ..., q_{x+h} . Estas probabilidades se publican en tablas derivadas de estudios de mortalidad de una determinada población.

Sea p_{x+h} la probabilidad de estar vivo en el momento $x + h$, condicionada a que en el momento x el individuo estaba vivo. Se define esta probabilidad tal y como sigue:

$$p_{x+h} = \prod_{i=0}^{h-1} (1 - q_{x+i})$$

Sea r el tipo técnico, esto es, el tipo de interés garantizado en la renta vitalicia. Se define el factor de descuento para el momento h como:

$$fd_h = \frac{1}{(1+r)^h}$$

El capital técnico necesario, CTN, para comprar una renta vitalicia se define como el valor actual descontando a tipo técnico de la pensión **ponderada** por la probabilidad de estar vivo. En general, para una persona de edad x se expresa como sigue:

$$CTN_x = \sum_{i=0}^N pension * p_{x+i} * fd_i$$

siendo N la edad máxima recogida en las bases biométricas determinadas.

Tal y como se observa en el desarrollo anterior, una vez fijadas las bases biométricas, el tipo técnico y la cuantía de la pensión, queda totalmente determinado el capital técnico necesario para comprar una renta vitalicia. De igual modo, fijadas las bases biométricas, el tipo técnico y un determinado capital, se deduce la pensión a pagar tal y como se muestra a continuación:

$$pension = \frac{CTN_x}{\sum_{i=0}^N P_{x+i} * fd_i}$$

siendo N la edad máxima recogida en las bases biométricas determinadas.

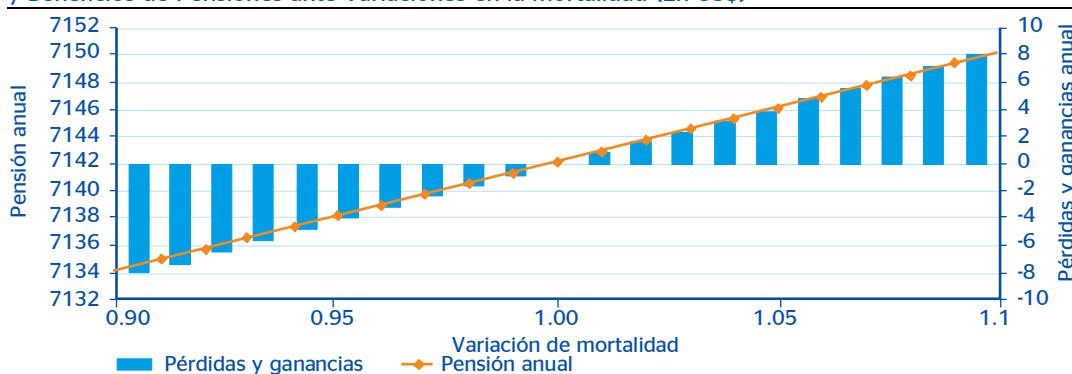
5.2 Análisis de sensibilidad

Una vez determinada la pensión o el capital técnico necesario para comprar una renta vitalicia, se establece la cantidad que pagará la compañía de seguros al asegurado. Es decir, en el proceso de tarificación queda establecido el coste de la operación bajo ciertas hipótesis de biometría y condiciones de mercado.

El plazo de la operación es incierto y dependerá de la biometría. Además, generalmente la operativa de rentas vitalicias es a muy largo plazo lo que conlleva gran incertidumbre asociado a las variables de mercado. Durante la vida de la operación, las variables subyacentes evolucionan, y como consecuencia, la tarifa realizada en el momento inicial puede ser o no suficiente para cubrir los costes asociados a la operación.

Para analizar cómo afecta a la pensión cambios en la biometría se ha hecho el siguiente ejercicio: Se fija como escenario central la pensión que cobrará un hombre que alcance la jubilación a la edad de 65 años, considerando bases biométricas la tabla de mortalidad RV2009, un tipo técnico de 3.5% y un capital ahorrado de 100.000 unidades monetarias. A continuación se modifica la tabla, multiplicando las probabilidades de mortalidad por un porcentaje y se revalúa dicha pensión manteniendo constantes las demás variables. El Gráfico N°4 muestra los resultados obtenidos son los siguientes:

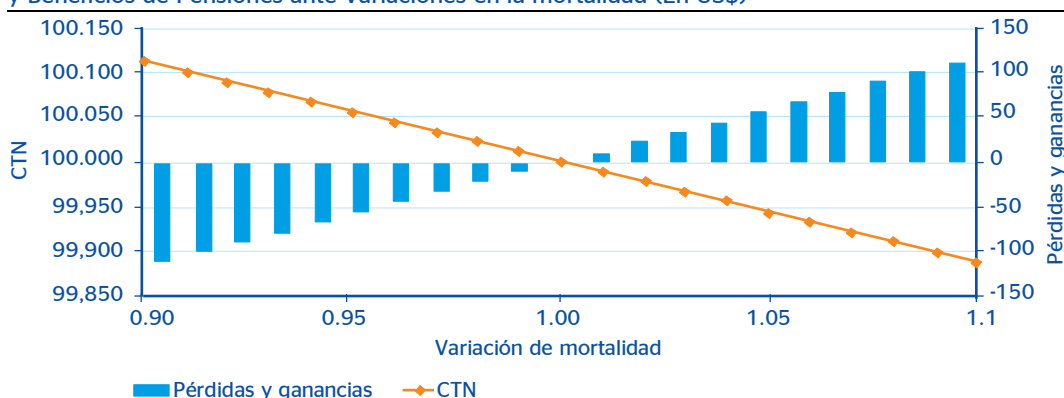
Gráfico 4
Pérdidas y Ganancias de la Industria y Beneficios de Pensiones ante Variaciones en la mortalidad (En US\$)



Fuente: BBVA Research

Puede observarse que si consideramos como escenario central de mortalidad la tabla RV2009, la disminución de la mortalidad (izquierda) conlleva insuficiencia de tarifa y el aumento de la mortalidad (derecha) conlleva suficiencia de tarifa. En el Gráfico N° 5, se muestra cómo varía el capital técnico necesario cuando varía la mortalidad para una pensión prefijada.

Gráfico 5
Capital Técnico de la Industria y Beneficios de Pensiones ante Variaciones en la mortalidad (En US\$)

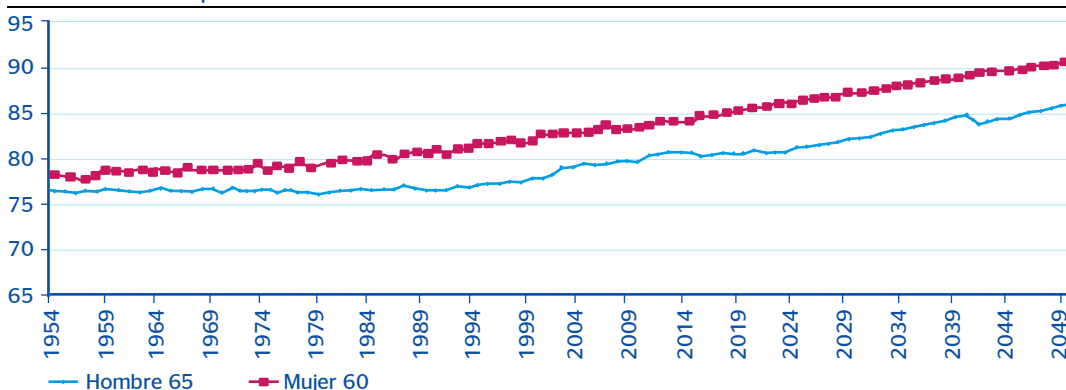


Fuente: BBVA Research

Del gráfico anterior se deriva que para mantener las pensiones constantes y poder garantizar determinado nivel de vida, a medida que evoluciona la mortalidad y aumenta la esperanza de vida, el capital acumulado necesariamente tiene que aumentar. Una vez expuestas tanto la tarificación como las sensibilidades asociadas a dicho proceso, el objetivo de este estudio pasa por cuantificar el déficit de tarifa para el sistema de pensiones chileno a lo largo del tiempo.

La edad de jubilación en Chile es 65 años para hombres y 60 para mujeres, por tanto, se trabajó con estos "model points" para todos los cálculos. Como bases biométricas, se utilizaron tablas de mortalidad proyectadas desde 1954 hasta 2050 para poder evolucionar la tarifa a lo largo del tiempo. La tasa de interés utilizada es de 3.5%. A continuación, en el gráfico N° 6, se muestra cómo evoluciona la esperanza de vida para un hombre de 65 años y de una mujer de 60 años a lo largo del tiempo con las proyecciones realizadas en este trabajo.

Gráfico 6
Evolución de la esperanza de vida

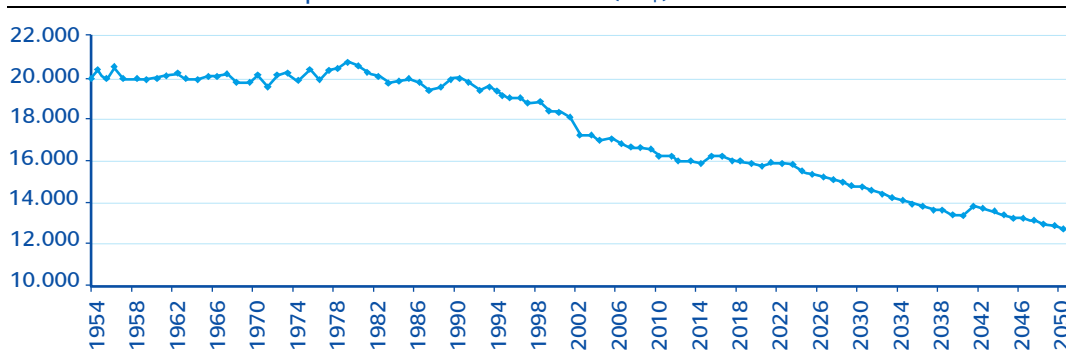


Fuente: BBVA Research

Se observa que si bien la esperanza de vida para un hombre de 65 años en 1954 era de 76.5 años, se espera que en 2050 ascienda a 86 años. Del mismo modo, para una mujer de 60 años, en 1954 tenía una esperanza de vida de 78 años, se espera que en 2050 llegue a 90.5 años.

El aumento en la esperanza de vida o equivalentemente, la reducción en la mortalidad, conlleva que para un capital determinado, la renta mensual a percibir por una persona que se jubile en un momento del tiempo será mayor a la renta a percibir por otra persona que se jubile en años posteriores. Dado lo anterior, el Gráfico 7, muestra la variación de la pensión a percibir para un hombre de 65 y para una mujer de 60 que se jubile desde 1954 a 2050.

Gráfico 7
Evolución de la renta anual para un hombre de 65 años (US\$)

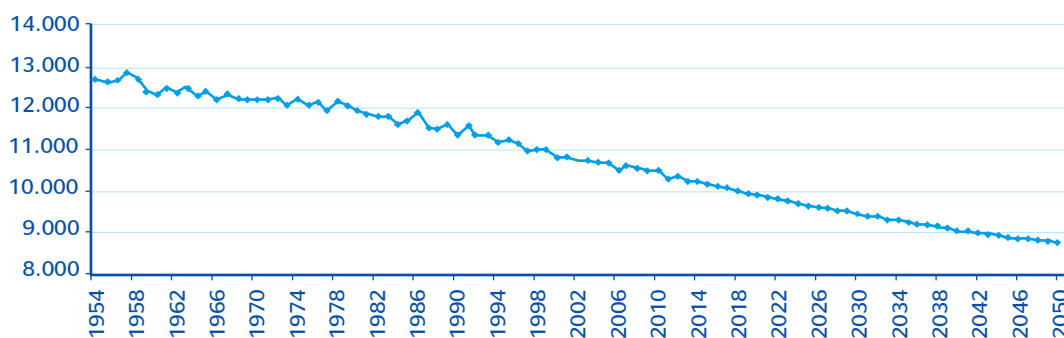


Fuente: BBVA Research

Un hombre de 65 años que se hubiese jubilado en 1954 con 190.000 dólares ahorrados, recibiría de pensión 20.000 dólares anuales. En la actualidad, el mismo hombre de 65 años, recibiría una pensión de 16.000 dólares, disminuyendo hasta 12.700 en 2050. Es decir, el hecho de que con el paso del tiempo la mortalidad disminuya lleva asociado una reducción del 20% en las pensiones en los próximos 40 años.

Análogamente al caso anterior, una mujer de 60 años que se hubiese jubilado en 1954 con ahorros de 167.000 dólares percibiría una renta anual de 12.600 dólares. En la actualidad dicha pensión disminuiría hasta 10.300 dólares y se espera que en 2050 se sitúe en 8.700 dólares. Esto significa una reducción de 15% en los próximos cuarenta años (ver Gráfico Nº 8).

Gráfico 8
Evolución de la renta anual de una mujer de 60 años (en US\$)

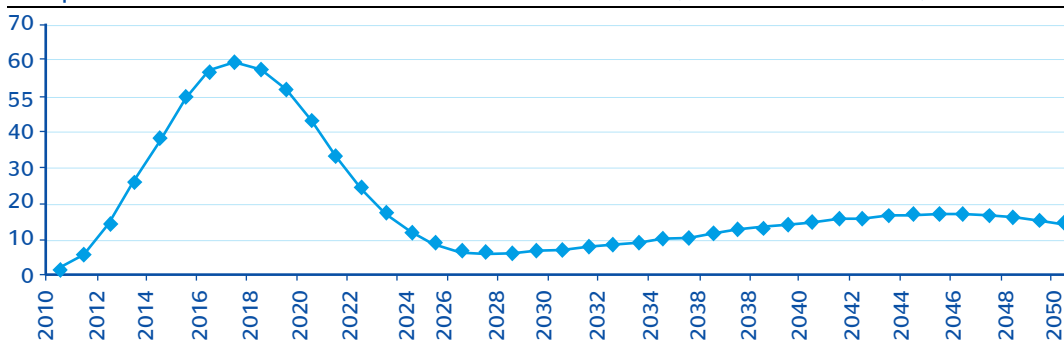


Fuente: BBVA Research

En la sección anterior hemos observado que existen discrepancias en las predicciones realizadas por distintas instituciones y, que en el caso específico de Austria y Chile, resulta cuanto menos llamativo que la convergencia de las esperanzas de vida observadas en ambos países, se pudiera revertir en los próximos 40 años debido quizás a metodologías diversas de estimación. Entonces nos tendríamos que preguntar; ¿quién tiene razón?. Los riesgos de responder inadecuadamente a esta pregunta son muy relevantes para la industria de pensiones.

Un ejercicio de simulación nos demuestra que una desviación de un 1% en las tablas de mortalidad utilizadas para el cálculo de rentas vitalicias se traduciría en pérdidas para la industria que podrían alcanzar 60 millones de dólares en 2017 (ver Gráfico N° 9). **Estas pérdidas se deberán principalmente dos factores principales: efecto de mayor longevidad del afiliado y efecto de la utilización de una tarifa no adecuada.**

Gráfico 9
Simulación de riesgo sistemático en el uso de tablas de mortalidad de equivocarse en un 1% en las tablas de mortalidad de Chile (en millones de dólares)

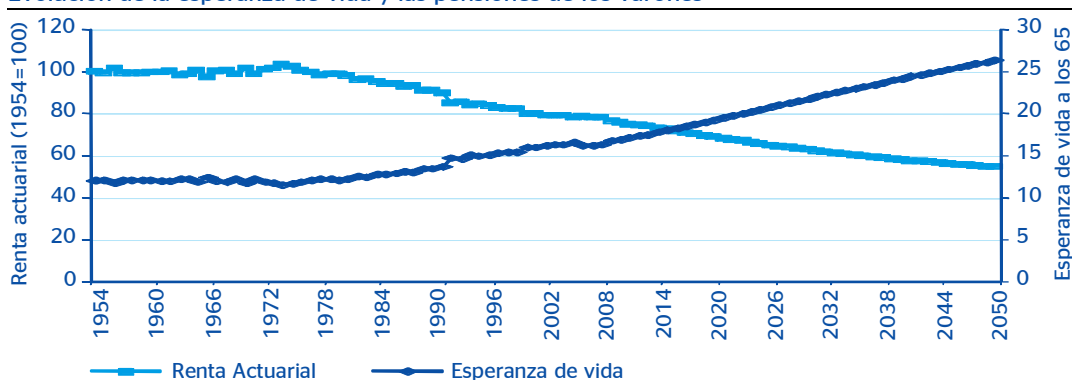


Fuente: BBVA Research

Adicionalmente, el aumento de la esperanza de vida podría implicar que los afiliados de muchos países latinoamericanos podrían no estar realizando las aportaciones suficientes a sus fondos de pensiones. Un error en la estimación de dicha esperanza de vida podría implicar que los afiliados tendrían que repartir los saldos acumulados con una renta vitalicia en un periodo de vida superior, con lo que su renta disponible haría menguar su tasa de sustitución y por tanto su nivel de vida.

En el caso de no realizar aportaciones suplementarias, las generaciones futuras podrían ver disminuida su jubilación en casi un 50% debido al aumento de la esperanza de vida (ver Gráfico N° 10).

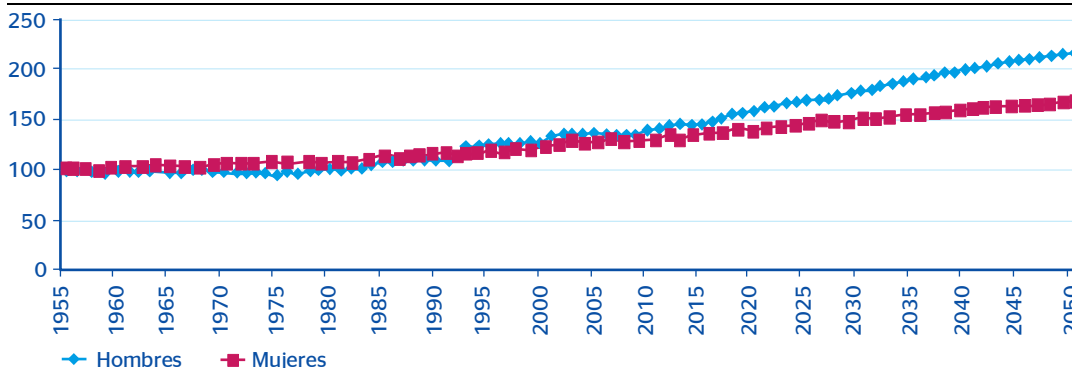
Gráfico 10
Evolución de la esperanza de vida y las pensiones de los varones



Fuente: BBVA Research

En otro ejercicio de simulación, calculamos cual tendría que ser la tasa de aportación en Chile para mantener la tasa de sustitución actual (ver Gráfico N° 11). Dicha tasa de aportación debería aumentar en promedio unos 8 puntos porcentuales en el caso de los hombres y en 4 puntos porcentuales en las mujeres desde los niveles actuales. Esta diferente evolución por sexo se explicaría por el mayor aumento relativo que experimentarían los varones en su esperanza de vida con respecto a las mujeres (se observa convergencia por sexo) y porque los varones detentan salarios superiores y, por tanto, deben acumular un saldo superior para mantener la tasa de sustitución.

Gráfico 11
Simulación de tasas de aportación necesarias para mantener la tasa de sustitución actual



Fuente: BBVA Research

Todos estos resultados apuntan a la necesidad de calcular buenas tablas de mortalidad dinámicas de largo plazo para mitigar los riesgos de longevidad tanto para la industria como para el afiliado. Si el caso de Chile, con las mejores tablas actuales en la región incurre en estos riesgos, la necesidad para el resto de países es si cabe más imperiosa.

6. Conclusiones

El incremento de la esperanza de vida al nacer viene planteando importantes retos para la sociedad dadas las importantes transformaciones que influirán en las formas sobre cómo interactuarán en el futuro la oferta y demanda. Determinadas industrias, cuya relación más estrecha con los riesgos de longevidad es mayor, como es el caso de Seguros y Pensiones, ya han venido incorporando cambios importantes en sus procesos de negocios que les permita interactuar de mejor manera. Uno de los elementos claves de estos mercados, lo tienen las proyecciones adecuadas de las tablas de mortalidad, basadas en un conjunto de variables que permiten anticipar la trayectoria de la esperanza de vida en el futuro y con ello asegurar una correcta estimación de los riesgos. El "arte" de desarrollar tablas de mortalidad se ha venido desarrollando con el tiempo, y requiere de un análisis detallado y permanente de todos aquellos aspectos que afectan la posibilidad de vivir más, así como anticipar futuras tendencias a partir de los sucesos actuales. Varios países desarrollados, a partir de una tradición longeva de recolección de datos históricos de mortalidad, han venido construyendo una historia de trabajo que les ha permitido aminorar las brechas con la realidad. Sin embargo, estos avances cuentan con poca historia en Latinoamérica, lo cual le impone retos importantes en el futuro, que les permita incorporar los avances técnicos y la información necesaria para la construcción de mejores tablas.

El presente trabajo ha intentado aproximar a partir del caso de Chile, los rezagos que podrían enfrentar las tablas de mortalidad en Latinoamérica y sus consecuentes efectos económicos sobre la industria de Seguros y Pensiones. Las estimaciones se realizan sólo para Chile, por ser el país que tiene mayor información disponible para emplear la metodología de estimación utilizada en el proyecto.

Se comparan la estructura de las tablas de mortalidad de Chile con la de 22 países sobre los cuales existe suficiente información histórica para poder realizar proyecciones econométricas. Para este análisis se utilizan contrastes no paramétricos que comparan el nivel de mortalidad (contraste de signos), la forma (contraste de rachas) y la existencia de un patrón similar entre ambas tablas (contraste χ^2).

Los países que estadísticamente más se parecerían al caso chileno serían los casos de Nueva Zelanda, en el caso de los varones, y de Austria en el caso de las mujeres. Las tablas generacionales dinámicas de Chile son equivalentes a Austria -4 años en los varones, y a Nueva Zelanda -6 años en las mujeres.

La relación de largo plazo testada en función de los datos disponibles muestran que para el periodo 1992-2004 en los varones y 1994 a 2007 en el caso de las mujeres, se encuentra que en la mayoría de los casos, los tres test son significativos y no rechazan la hipótesis de igualdad de muestras. Solo en algunos pocos casos, se rechaza la hipótesis de igualdad en alguno de los tests. Una prueba de la robustez es que el test más potente estadísticamente hablando (chi), solamente no se cumple en el caso de las mujeres del año 1993. Las tablas generacionales de Austria y Nueva Zelanda están disponibles desde 1948, lo que permitió realizar los análisis econométricos oportunos para proyectar las tablas de dichos países a largo plazo, y por tanto, las de Chile, con su correspondiente retardo según sexo.

Para los ejercicios de proyección de las tasas de mortalidad se estimaron modelos ARMAX(p,q) para cada una de las 101 edades y para cada sexo, en total 202 regresiones ARMAX(p,q). Los resultados nos ofrecen una esperanza de vida media (hombres y mujeres) de 90, 91 años en 2050, mientras que el INE de Chile proyecta una esperanza de vida al nacer de 82,14 años. Si tomamos las estimaciones oficiales del INE (82,14) y la comparamos con las estimaciones de EuroPop para el caso de Austria (86,5) llama la atención que las esperanzas de vida de Chile y Austria divergen en aproximadamente 4 años, contrario a lo que uno esperaría dada la tendencia histórica de estos dos países. En efecto, uno puede observar que a partir de 1985, el diferencial entre las proyecciones de esperanzas de vida de Austria y Chile se ha mantenido

relativamente constante en torno a los 1,6 años de media hasta el año 2008. Así, las proyecciones del INE de Chile estarían mostrando una divergencia de la esperanza de vida de Chile y Austria hacia 2050, que es contraria a la evidencia empírica observada en los últimos 50 años, tanto en la proyección realizada por Eurostat, como la realizada en este trabajo. Estas discrepancias y la amplitud de la desviación puede generar incertidumbre tanto en la industria de seguros para el cálculo de las rentas vitalicias como en la posible insuficiencia de las tasas de aporte para alcanzar una tasa de sustitución adecuada para los futuros pensionistas debido a una esperanza de vida infraestimada.

Un ejercicio de simulación nos demuestra que una desviación de un 1% en las tablas de mortalidad utilizadas para el cálculo de rentas vitalicias se traduciría en pérdidas para la industria que podrían alcanzar 60 millones de dólares en 2017. Estas pérdidas se deberán principalmente a dos factores principales: efecto de mayor longevidad del afiliado y efecto de la utilización de una tarifa no adecuada. Adicionalmente, el aumento de la esperanza de vida podría implicar que los afiliados de muchos países latinoamericanos no estén realizando las aportaciones suficientes a sus fondos de pensiones. Un error en la estimación de dicha esperanza de vida generaría que los afiliados repartan los saldos acumulados con una renta vitalicia en un periodo de vida superior, con lo que su renta disponible haría menguar su tasa de sustitución y por tanto su nivel de vida. En el caso de no realizar aportaciones suplementarias, las generaciones futuras podrían ver disminuida su jubilación en casi un 50% debido al aumento de la esperanza de vida.

En otro ejercicio de simulación, también calculamos cual tendría que ser la tasa de aportación en Chile para mantener la tasa de sustitución actual. Dicha tasa de aportación debería aumentar en promedio unos 8 puntos porcentuales en el caso de los hombres y en 4 puntos porcentuales en las mujeres desde los niveles actuales. Esta diferente evolución por sexo se explicaría por el mayor aumento relativo que experimentarían los varones en su esperanza de vida con respecto a las mujeres (se observa convergencia por sexo) y porque los varones detentan salarios superiores y, por tanto, deben acumular un saldo superior para mantener la tasa de sustitución.

Bibliografía

Alonso Meseguer, Javier; Sosvilla Rivero, Simón (2007), "Proyecciones de tablas de mortalidad dinámicas de España y sus comunidades autónomas", FEDEA

Camarda (2008) "Smoothing methods for the analysis of mortality development" Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de Estadística. PhD Thesis.

Canudas-Romo, V. (2008), "The modal age at death and the shifting mortality hypothesis".

Demographic Research, 19(30):1179-1204.

Gompertz B. (1825) "On the nature of the function expressive of the law of human mortality and on a new mode of determining life contingencies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A 115, 513-585.

Heligman, L. and Pollard, J. H. (1980). "The Age Pattern of Mortality," Journal of the Institute of Actuaries 107:49-75.

Himes C.L. et al. (1994). "A Relational Model of Mortality at Older Ages in Low Mortality Countries," Population Index 48:269-91.

Lee, R.D. and Carter, L. (1992) "Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality," Journal of the American Statistical Association 87:659-71.

Makeham W. M. (1860) "On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables". J. Inst. Actuaries and Assur. Mag. 8: 301-310.

Perks W. (1932) "On some experiments on the graduation of mortality statistics", Journal of the Institute of Actuaries, 63, 12-40.

Pitacco, E. et al, 2009. "Modelling longevity dynamics for pensions and annuity business". Oxford University Press, Oxford.

Prentice, Thomson (2006) "Health, history and hard choices: Funding dilemmas in a fast-changing world" Health and Philanthropy: Leveraging change. University of Indiana. World Health Organization. August 2006

Thatcher A. R. (1999) "The long-term pattern of adult mortality and the highest attained age". Journal of the Royal Statistical Society (A) 162(1): 5-43.

Siler, W. (1983) "Parameters of mortality in human populations with widely varying life spans". Statistics in Medicine, 2: 373-380.

Superintendencia de Banca, Seguros y AFP, República del Perú (2006), "Memoria Anual 2006"

Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Chile, (1990), "Circular N° 656 sobre Normas para el Otorgamiento de Pensiones y Otros Beneficios"

Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Chile, (2004), "Circular N° 1314 Fija Tabla de Mortalidad RV-2004, Hombres y Mujeres, para pensionados por vejez"

Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Chile, y el Gobierno de Chile (2004), "Comunicado de Prensa Conjunto - Norma sobre nuevas tablas de mortalidad"

Superintendencia Bancaria de Colombia (2000), "Circular externa 071/2000 sobre Estadísticas de mortalidad de activos, de rentistas, de inválidos y de invalidez"

Superintendencia Financiera de Colombia (2010), "Resolución N° 1555/2010 por la cual se actualizan las Tablas de Mortalidad de Rentistas Hombres y Mujeres"

Superintendencia de Banca y Seguros, Perú (1993), "Resolución N° 309/93 por la que se autoriza el uso de la tabla chilena de mortalidad RV- 85, B-85, MI-85"

Superintendencia de Banca y Seguros, Perú (2006), "Resolución N° 354/2006 por la que se aprueba el uso obligatorio de las tablas RV-2004 Modificada"

Superintendencia de Banca y Seguros, Perú (2010), "Resolución N° 17728/2010 por la que se aprueba el uso obligatorio de las tablas RV-2004 Modificada Ajustada, B-85 Ajustada"

Wilmoth J.R. et al (2007) "Methods Protocol for the Human Mortality Database".

Vegas Asensio, Jesús María (2000) "El riesgo de longevidad en los planes de pensiones", Anales del Instituto de Actuarios Españoles, N°6, págs. 119-157

Working Papers

2013

13/01 **Hugo Perea, David Tuesta y Alfonso Ugarte:** Lineamientos para impulsar el Crédito y el Ahorro. Perú.

13/02 **Ángel de la Fuente:** A mixed splicing procedure for economic time series.

13/03 **Ángel de la Fuente:** El sistema de financiación regional: la liquidación de 2010 y algunas reflexiones sobre la reciente reforma.

13/04 **Santiago Fernández de Lis, Adriana Haring, Gloria Sorensen, David Tuesta, Alfonso Ugarte:** Lineamientos para impulsar el proceso de profundización bancaria en Uruguay.

13/05 **Matt Ferchen, Alicia Garcia-Herrero and Mario Nigrinis:** Evaluating Latin America's Commodity Dependence on China.

13/06 **K.C. Fung, Alicia Garcia-Herrero, Mario Nigrinis Ospina:** Latin American Commodity Export Concentration: Is There a China Effect?.

13/07 **Hugo Perea, David Tuesta and Alfonso Ugarte:** Credit and Savings in Peru.

13/08 **Santiago Fernández de Lis, Adriana Haring, Gloria Sorensen, David Tuesta, Alfonso Ugarte:** Banking penetration in Uruguay.

13/09 **Javier Alonso, María Lamuedra y David Tuesta:** Potencialidad del desarrollo de hipotecas inversas: el caso de Chile.

13/10 **Ángel de la Fuente:** La evolución de la financiación de las comunidades autónomas de régimen común, 2002-2010.

13/11 **Javier Alonso, María Lamuedra y David Tuesta:** Potentiality of reverse mortgages to supplement pension: the case of Chile.

13/12 **Javier Alonso y David Tuesta, Diego Torres, Begoña Villamide:** Proyecciones de tablas generacionales dinámicas y riesgo de longevidad en Chile.

2012

12/01 **Marcos Dal Bianco, Máximo Camacho and Gabriel Pérez-Quiros:** Short-run forecasting of the euro-dollar exchange rate with economic fundamentals.

12/02 **Guoying Deng, Zhigang Li and Guangliang Ye:** Mortgage Rate and the Choice of Mortgage Length: Quasi-experimental Evidence from Chinese Transaction-level Data.

12/03 **George Chouliarakis and Mónica Correa-López:** A Fair Wage Model of Unemployment with Inertia in Fairness Perceptions.

12/04 **Nathalie Aminian, K.C. Fung, Alicia García-Herrero, Francis NG:** Trade in services: East Asian and Latin American Experiences.

12/05 **Javier Alonso, Miguel Angel Caballero, Li Hui, María Claudia Llanes, David Tuesta, Yuwei Hu and Yun Cao:** Potential outcomes of private pension developments in China (Chinese Version).

12/06 **Alicia Garcia-Herrero, Yingyi Tsai and Xia Le:** RMB Internationalization: What is in for Taiwan?.

12/07 **K.C. Fung, Alicia Garcia-Herrero, Mario Nigrinis Ospina:** Latin American Commodity Export Concentration: Is There a China Effect?.

12/08 **Matt Ferchen, Alicia Garcia-Herrero and Mario Nigrinis:** Evaluating Latin America's Commodity Dependence on China.

12/09 **Zhigang Li, Xiaohua Yu, Yinchu Zeng and Rainer Holst:** Estimating transport costs and trade barriers in China: Direct evidence from Chinese agricultural traders.

- 12/10 **Maximo Camacho and Jaime Martinez-Martin:** Forecasting US GDP from small-scale factor models in real time.
- 12/11 **J.E. Boscá, R. Doménech and J. Ferria:** Fiscal Devaluations in EMU.
- 12/12 **Ángel de la Fuente and Rafael Doménech:** The financial impact of Spanish pension reform: A quick estimate.
- 12/13 **Biliana Alexandrova-Kabadjova, Sara G. Castellanos Pascacio, Alma L. García-Almanza:** The Adoption Process of Payment Cards -An Agent- Based Approach .
- 12/14 **Biliana Alexandrova-Kabadjova, Sara G. Castellanos Pascacio, Alma L. García-Almanza:** El proceso de adopción de tarjetas de pago: un enfoque basado en agentes.
- 12/15 **Sara G. Castellanos, F. Javier Morales y Mariana A. Torán:** Análisis del uso de servicios financieros por parte de las empresas en México: ¿Qué nos dice el Censo Económico 2009?
- 12/16 **Sara G. Castellanos, F. Javier Morales y Mariana A. Torán:** Analysis of the Use of Financial Services by Companies in Mexico: What does the 2009 Economic Census tell us?
- 12/17 **R. Doménech:** Las Perspectivas de la Economía Española en 2012:
- 12/18 **Chen Shiyuan, Zhou Yinggang:** Revelation of the bond market (Chinese version).
- 12/19 **Zhouying Gang, Chen Shiyuan:** On the development strategy of the government bond market in China (Chinese version).
- 12/20 **Ángel de la Fuente and Rafael Doménech:** Educational Attainment in the OECD, 1960-2010.
- 12/21 **Ángel de la Fuente:** Series enlazadas de los principales agregados nacionales de la EPA, 1964-2009.
- 12/22 **Santiago Fernández de Lis and Alicia Garcia-Herrero:** Dynamic provisioning: a buffer rather than a countercyclical tool?.
- 12/23 **Ángel de la Fuente:** El nuevo sistema de financiación de las Comunidades Autónomas de régimen común: un análisis crítico y datos homogéneos para 2009 y 2010.
- 12/24 **Beatriz Irene Balmaseda Pérez y Lizbeth Necoechea Hasfield:** Metodología de estimación del número de clientes del Sistema Bancario en México.
- 12/25 **Ángel de la Fuente:** Series enlazadas de empleo y VAB para España, 1955-2010.
- 12/26 **Oscar Arce, José Manuel Campa y Ángel Gavilán:** Macroeconomic Adjustment under Loose Financing Conditions in the Construction Sector.
- 12/27 **Ángel de la Fuente:** Algunas propuestas para la reforma del sistema de financiación de las comunidades autónomas de régimen común.
- 12/28 **Amparo Castelló-Climent, Rafael Doménech:** Human Capital and Income Inequality: Some Facts and Some Puzzles.
- 12/29 **Mónica Correa-López y Rafael Doménech:** La Internacionalización de las Empresas Españolas.
- 12/30 **Mónica Correa-López y Rafael Doménech:** The Internationalisation of Spanish Firms.
- 12/31 **Robert Holzmann, Richard Hinz and David Tuesta:** Early Lessons from Country Experience with Matching Contribution Schemes for Pensions.
- 12/32 **Luis Carranza, Ángel Melguizo and David Tuesta:** Matching Contributions for Pensions in Colombia, Mexico, and Peru: Experiences and Prospects.
- 12/33 **Robert Holzmann, Richard Hinz y David Tuesta:** Primeras lecciones de la experiencia de países con sistemas de pensiones basados en cotizaciones compartidas.

12/34 **Luis Carranza, Ángel Melguizo y David Tuesta:** Aportaciones compartidas para pensiones en Colombia, México y Perú: Experiencias y perspectivas.

[Consulte aquí el listado de Documentos de Trabajo publicados entre 2009 y 2011](#)

Los análisis, las opiniones y las conclusiones contenidas en este informe corresponden a los autores del mismo y no necesariamente al Grupo BBVA.

Podrá acceder a las publicaciones de BBVA Research a través de la siguiente web: <http://www.bbvaresearch.com>

Interesados dirigirse a:

BBVA Research
Paseo Castellana, 81 - 7ª planta
28046 Madrid (España)
Tel.: +34 91 374 60 00 y 91 537 70 00
Fax: +34 91 374 30 25
bbvaresearch@bbva.com
www.bbvaresearch.com